



# Losgrößenplanung



Dr. Claudia Höck, Dr. Nils Boysen



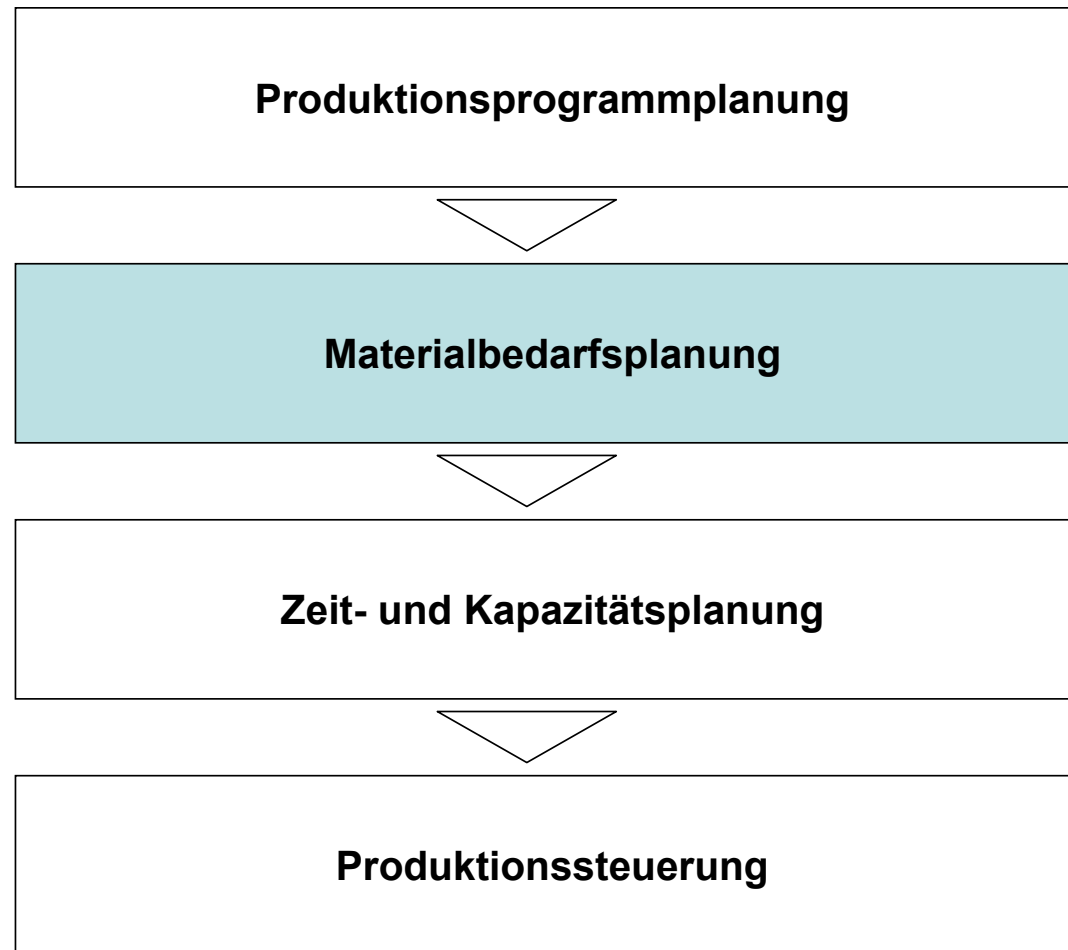
# Überblick

Termin	Thema
23.10.07	Grundlagen der Produktion und Produktionsplanung; Einführung in die strategische Produktionsplanung
30.10.07	Langfristige Absatzprognose
06.11.07	Langfristige Absatzprognose + Produktinnovation
13.11.07	Produktinnovation
20.11.07	Optimierungsmodelle zur Produktauswahl
27.11.07	Strategien zur Bewältigung von Produktvielfalt
04.12.07	Einführung in die operative Produktionsplanung + Produktionsprogrammplanung
11.12.07	Losgrößen- und Bestellmengenplanung
18.12.07	Zeit- und Kapazitätsplanung
08.01.08	Maschinenbelegung
15.01.08	Fließfertigung
22.01.08	Projektplanung in der Baustellenfertigung
29.01.08	Supply Chain Management (Gastvortrag PD Dr. Michael Höck)
05.02.08	Abschlussklausur



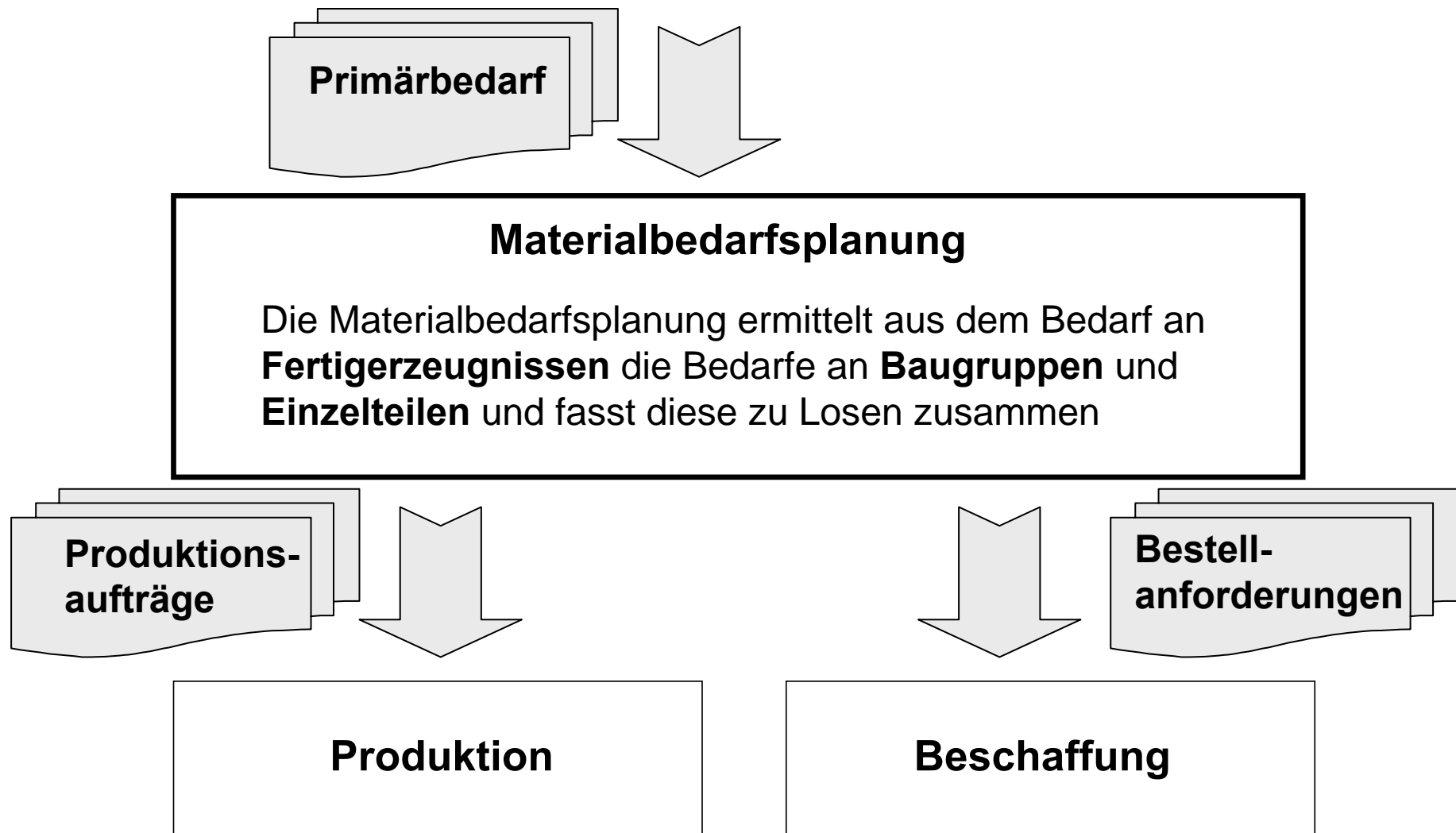
# Einordnung der Losgrößenplanung in das PPS-Konzept

---





## Aufgabe der Materialbedarfsplanung





## Ablauf der Materialbedarfsplanung

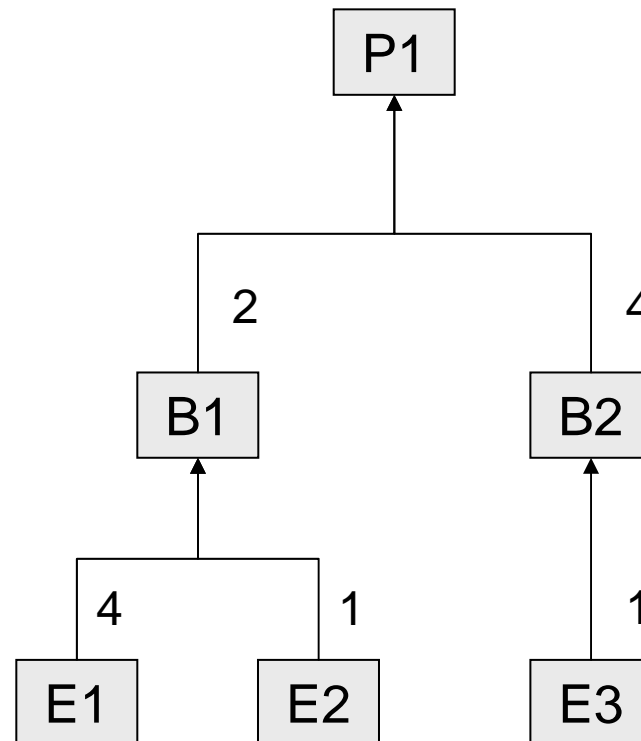
---

- (1) Die **Stücklistenauflösung** ermittelt die zur Herstellung des Primärbedarfs nötigen Mengen an Einzelteilen und Baugruppen (Sekundärbedarf).
- (2) Die **Brutto-Netto-Rechnung** konsolidiert den Brutto-Bedarf um z.B. vorhandene Lagerbestände und ermittelt die tatsächlich zu fertigenden bzw. zu beschaffenden Netto-Mengen.
- (3) Die **Losgrößenplanung** fasst den Netto-Bedarf entsprechend der Lager- und Bestellfixen Kosten zusammen.

**Ergebnis:** grob terminierte Fertigungsaufträge bzw. Bestellanforderungen



## Gozintograph



## Stückliste

	Koeffizient	Bedarf
P1	-	50
B1	2	100
E1	4	400
E2	1	100
B2	4	200
E3	1	200

Primärbedarf

Sekundär-  
bedarf

Teile : Tabelle		
	Teile_Nr	Bezeichnung
►	B1	Vernebler
	E1	Osmose-Anlage
	E7	Ventilsteuerung
	E8	Pumpe
	P1	Luftbefeuchtungssystem
	P2	LBS mit mehrfacher Vernebelung
*		

Datensatz: 1 von 6

Struktur : Tabelle			
	Oberteil_Nr	Unterteil_Nr	Menge
	B1	E7	3
	B1	E8	1
►	P1	B1	1
	P1	E1	1
	P2	B1	2
	P2	E1	1
*			0

Datensatz: 3 von 6



# Brutto-Netto-Rechnung

---

## Mengenmäßige Fixierung des Netto-Bedarfs

Bruttobedarf

- + Reservierungen
  - Lageranfangsbestand
  - + Sicherheitsbestand
  - geplanter Lagerzugang
- 

= Nettobedarf

## Zeitliche Fixierung des Netto-Bedarfs

Bedarfsperiode des übergeordneten  
Materials

- Durchlaufzeit des übergeordneten  
Materials
  - + Vorlaufzeit des Materials
- 

= Bedarfsperiode des Materials





# Brutto-Netto-Rechnung

	Periode	0	1	2	3	4
<b>P1</b>	<b>Nettobedarf</b>	<b>0</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>
	<b>Losbildung</b>	<b>0</b>	<b>50</b>	<b>70</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
<b>B1</b>	<b>Nettobedarf</b>	<b>100</b>	<b>140</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>0</b>
	<b>Losbildung</b>	<b>100</b>	<b>140</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>0</b>
<b>E1</b>	<b>Nettobedarf</b>	<b>400</b>	<b>560</b>	<b>0</b>	<b>400</b>	<b>0</b>
	<b>Losbildung</b>	<b>960</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>400</b>	<b>0</b>
<b>E2</b>	<b>Nettobedarf</b>	<b>100</b>	<b>140</b>	<b>0</b>	<b>100</b>	<b>0</b>
	<b>Losbildung</b>	<b>340</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>B2</b>	<b>Nettobedarf</b>	<b>0</b>	<b>200</b>	<b>280</b>	<b>0</b>	<b>200</b>
	<b>Losbildung</b>	<b>0</b>	<b>480</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>200</b>
<b>E3</b>	<b>Nettobedarf</b>	<b>480</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>200</b>	<b>0</b>
	<b>Losbildung</b>	<b>480</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>200</b>	<b>0</b>



# Losgrößenplanung

## Definition:

Eine **Losgröße** bezeichnet eine Anzahl gleichartiger Objekte, die auf einem Arbeitsträger unmittelbar nacheinander ohne Rüstvorgänge zu fertigen sind.

Entsprechend ist eine **Bestellmenge** eine Anzahl gleichartiger Objekte, die gleichzeitig bestellt werden, bzw. zu liefern sind.

## Aufgaben:

Entscheidung darüber

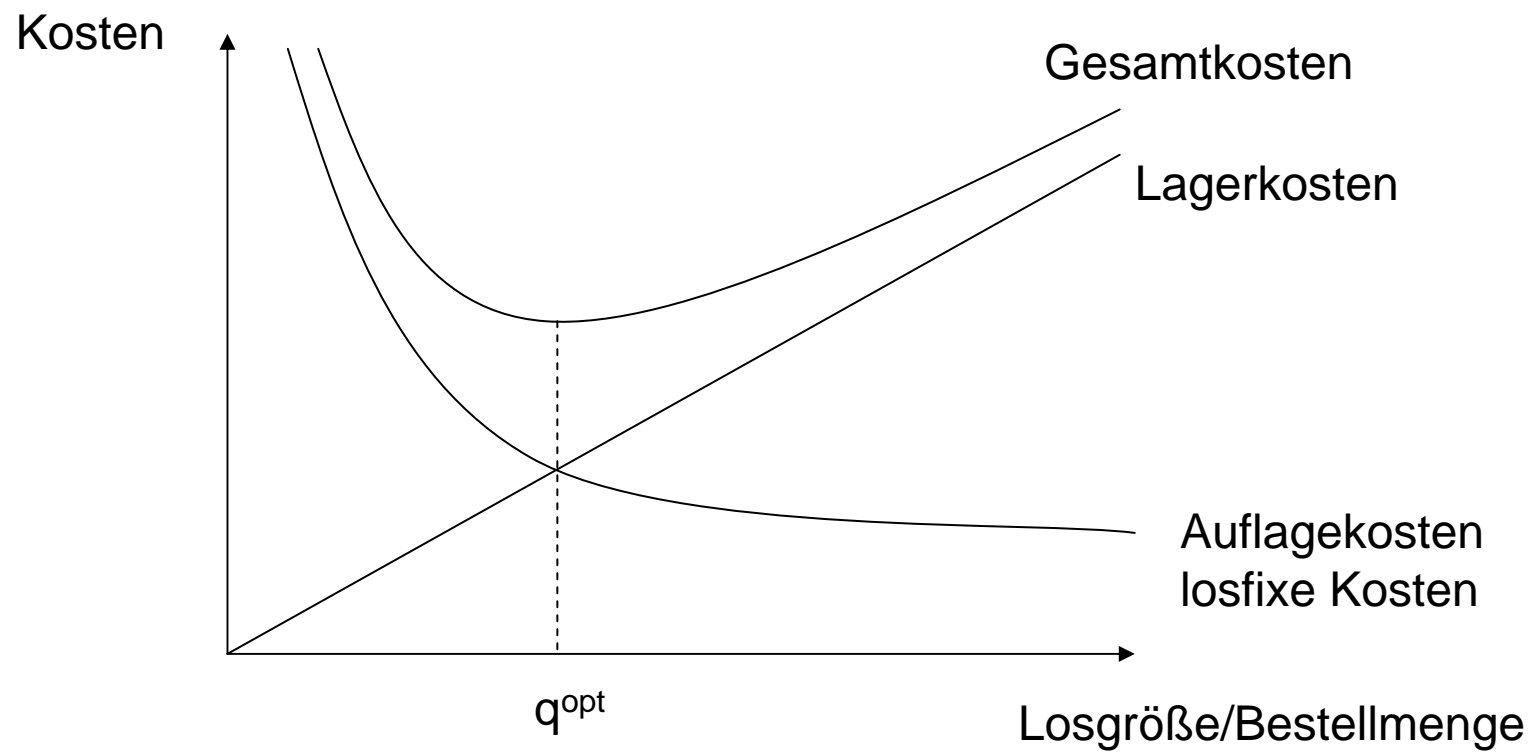
- wie viele **Mengeneinheiten** gleichzeitig bestellt, bzw. ohne Umrüsten gefertigt werden sollen.
- zu welchen **Zeitpunkten** bestellt, bzw. gefertigt werden soll.

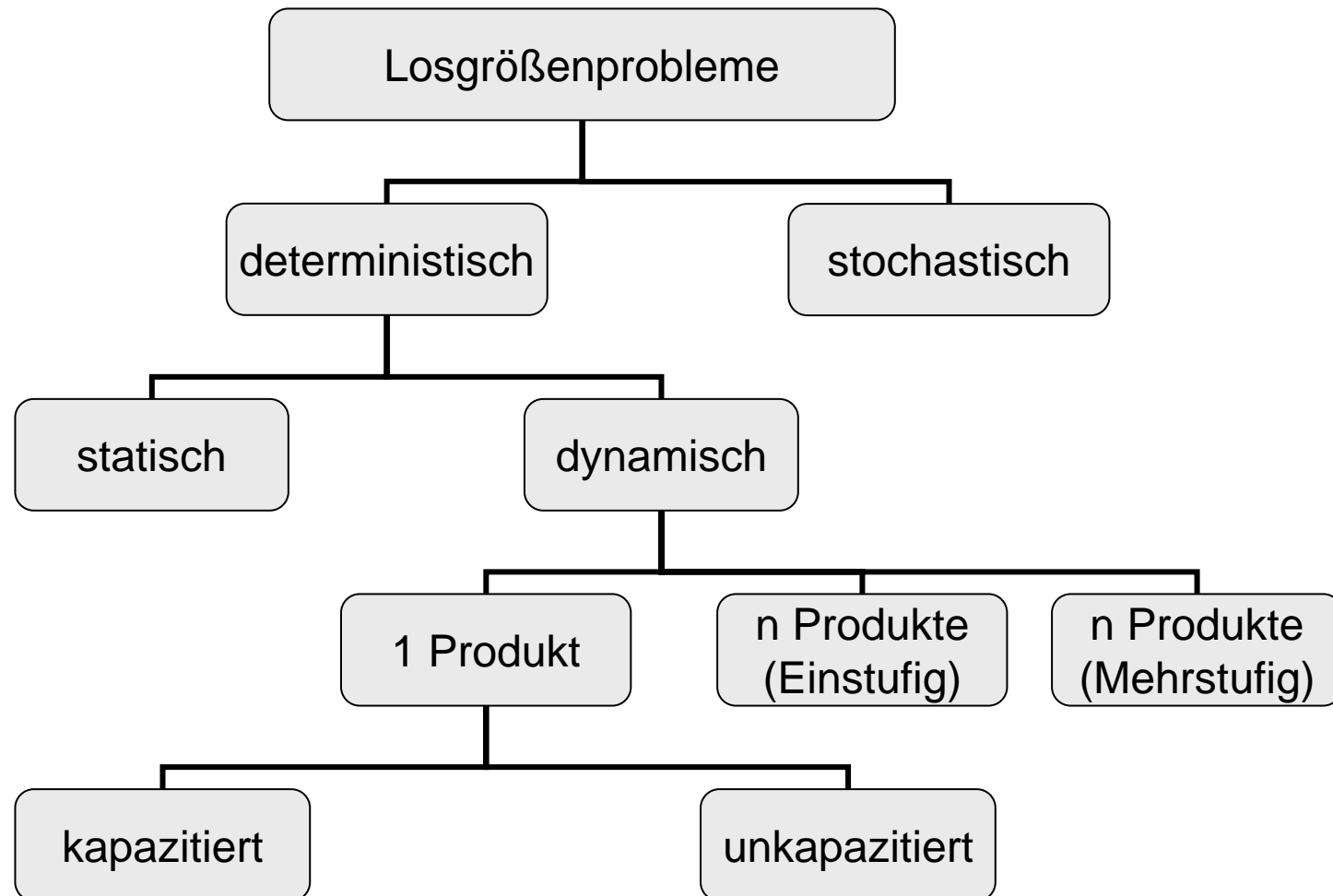
## Zentrales Problem:

Gegenläufige Kostenentwicklung von fixen **Auflage-/Bestellkosten** und **Lagerkosten** in Abhängigkeit von der Losgröße, bzw. Auflagehäufigkeit



# Kostenentwicklung





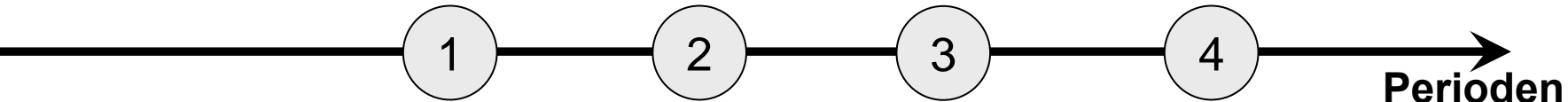


## Beispiel

Lagerkostensatz  $c=1$

Fixkosten  $F = 40$

<b>Losgröße:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>
<b>Lagermenge:</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Nettobedarfe:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>



<b>Auflagekosten:</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	
<b>Lagerkosten:</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>					
<b>Gesamtkosten:</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>160</b>



# Symbolverzeichnis

---

## ■ Index:

- ▶ Perioden  $t=1, \dots, T$

## ■ Parameter:

- ▶  $F$  = losfixe Kosten
- ▶  $c$  = Lagerkostensatz pro Mengeneinheit und Periode
- ▶  $b_t$  = Bedarf zum Zeitpunkt  $t$

## ■ Variablen:

- ▶  $q_t$  = kontinuierliche Variable: Bestellmenge in  $t$
- ▶  $I_t$  = kontinuierliche Variable: Lagermenge in  $t$
- ▶  $y_t$  = Binärvariable: 1, Bestellung in  $t$ ; 0, sonst



## Wagner Whitin - Modellformulierung

**Zielfunktion:**

$$K(q, l, y) = \sum_{t=1}^T F \cdot y_t + c \cdot l_t \rightarrow \min!$$

**Nebenbedingungen:**

$$l_{t-1} + q_t - b_t = l_t \quad \forall \quad t = 1, \dots, T$$

$$q_t \leq \sum_{t'=t}^T b_{t'} \cdot y_t \quad \forall \quad t = 1, \dots, T$$

$$l_t \geq 0; \quad q_t \geq 0 \quad y_t \in \{0,1\} \quad \forall \quad t = 1, \dots, T$$
$$l_0 = l_T = 0$$



## Zielfunktion

$$K(q, l, y) = \sum_{t=1}^T \underbrace{F \cdot y_t}_{\text{Auflege-/Bestellkosten}} + \underbrace{c \cdot l_t}_{\text{Lagerkosten}} \rightarrow \min!$$

-----

F: fixe Losauflagekosten [GE]

$y_t$ : 1, wenn in Periode t ein Los aufgelegt wird; 0 sonst

c: Lagerkostensatz [GE]

$l_t$ : Lagermenge in Periode t





# Lagerflussgleichung

---

Lagerzu-/abgang

$$I_{t-1} + q_t - b_t = I_t \quad \forall \quad t = 1, \dots, T$$

Anfangsbestand

-----

$I_t$ : Lagermenge in Periode  $t$

$q_t$ : Losgröße in Periode  $t$

$b_t$ : Nettobedarf in Periode  $t$



# Vollständigkeitsbedingung

---

$$q_t \leq \sum_{t'=t}^T b_{t'} \cdot y_t \quad \forall \quad t = 1, \dots, T$$

Ausreichend große Zahl

-----

$q_t$ : Losgröße in Periode  $t$

$y_t$ : 1, wenn in Periode  $t$  ein Los aufgelegt wird; 0 sonst

$b_t$ : Nettobedarf in Periode  $t$



## Beispiel

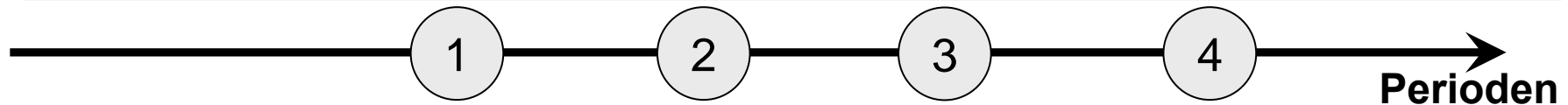
Lagerkostensatz  $c=1$

Fixkosten  $F = 40$

Vorproduzieren einer Einheit



<b>Losgröße:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>
<b>Lagermenge:</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Nettobedarfe:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>



<b>Auflagekosten:</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	
<b>Lagerkosten:</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
<hr/>					
<b>Gesamtkosten:</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>160</b>



## Beispiel

Lagerkostensatz  $c=1$

Fixkosten  $F = 40$

Vorproduzieren einer Einheit



<b>Losgröße:</b>	<b>51</b>	<b>39</b>	<b>30</b>	<b>50</b>
<b>Lagermenge:</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Nettobedarfe:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>

Timeline diagram showing four periods (1, 2, 3, 4) connected by a horizontal line with an arrow pointing right, labeled **Perioden**.

<b>Auflagekosten:</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	
<b>Lagerkosten:</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
<hr/>					
<b>Gesamtkosten:</b>	<b>41</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>161</b>



## Beispiel

Lagerkostensatz  $c=1$

Fixkosten  $F = 40$

Vorproduzieren des gesamten Periodenbedarfs



<b>Losgröße:</b>	<b>90</b>	<b>0</b>	<b>30</b>	<b>50</b>
<b>Lagermenge:</b>	<b>40</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Nettobedarfe:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>

1 2 3 4 **Perioden**

<b>Auflagekosten:</b>	<b>40</b>	<b>0</b>	<b>40</b>	<b>40</b>
<b>Lagerkosten:</b>	<b>40</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Gesamtkosten:</b>	<b>80</b>	<b>0</b>	<b>40</b>	<b>40</b>
				<b>160</b>



## Eigenschaften eines optimalen Bestellplans

### Zero-Inventory Property:

Für einen optimalen Bestellplan gilt:

$$q_t \cdot I_{t-1} = 0 \quad \forall t = 1, \dots, T$$

Wenn produziert wird ( $q_t > 0$ ), dann muss das Lager leer sein ( $I_{t-1}=0$ ).

**Beweis:** Wenn ein Lagerbestand in der Periode  $t$  besteht, der nicht den gesamten Bedarf der Periode  $t+1$  mit deckt, dann muss durch den Ausschluss von Fehlmengen in der Periode  $t+1$  produziert werden. Dann fallen Auflagekosten an. Die Lagermenge kann dann in der Periode  $t+1$  mit produziert werden und die Lagerkosten eingespart werden.

**Folge:** Die Losgröße  $q$  umfasst immer eine Summe aus **vollständigen Periodenbedarfen**.



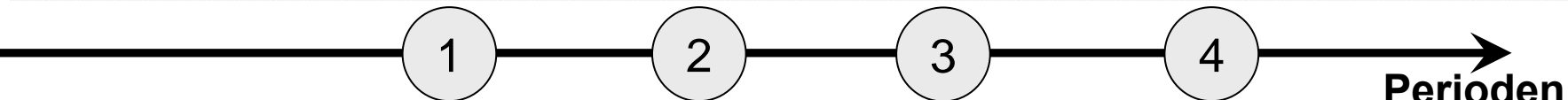
## Konsequenz der Zero-Inventory Property – Periode 1

Lagerkostensatz  $c=1$

Fixkosten  $F = 40$



<b>Losgröße:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>
<b>Lagermenge:</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Nettobedarfe:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>



<b>Auflagekosten:</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	
<b>Lagerkosten:</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
<hr/>					
<b>Gesamtkosten:</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>160</b>



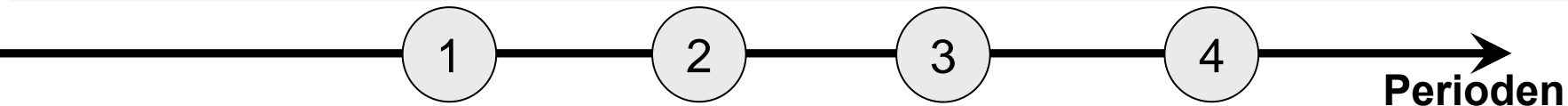
## Konsequenz der Zero-Inventory Property – Periode 1

Lagerkostensatz  $c=1$

Fixkosten  $F = 40$



<b>Losgröße:</b>	<b>90</b>	<b>0</b>	<b>30</b>	<b>50</b>
<b>Lagermenge:</b>	<b>40</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Nettobedarfe:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>



<b>Auflagekosten:</b>	<b>40</b>	<b>0</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	
<b>Lagerkosten:</b>	<b>40</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>					
<b>Gesamtkosten:</b>	<b>80</b>	<b>0</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>160</b>





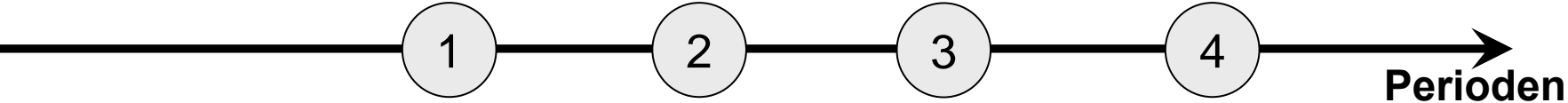
## Konsequenz der Zero-Inventory Property – Periode 1

Lagerkostensatz  $c=1$

Fixkosten  $F = 40$



<b>Losgröße:</b>	<b>120</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
<b>Lagermenge:</b>	<b>70</b>	<b>30</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Nettobedarfe:</b>	<b>50</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>50</b>



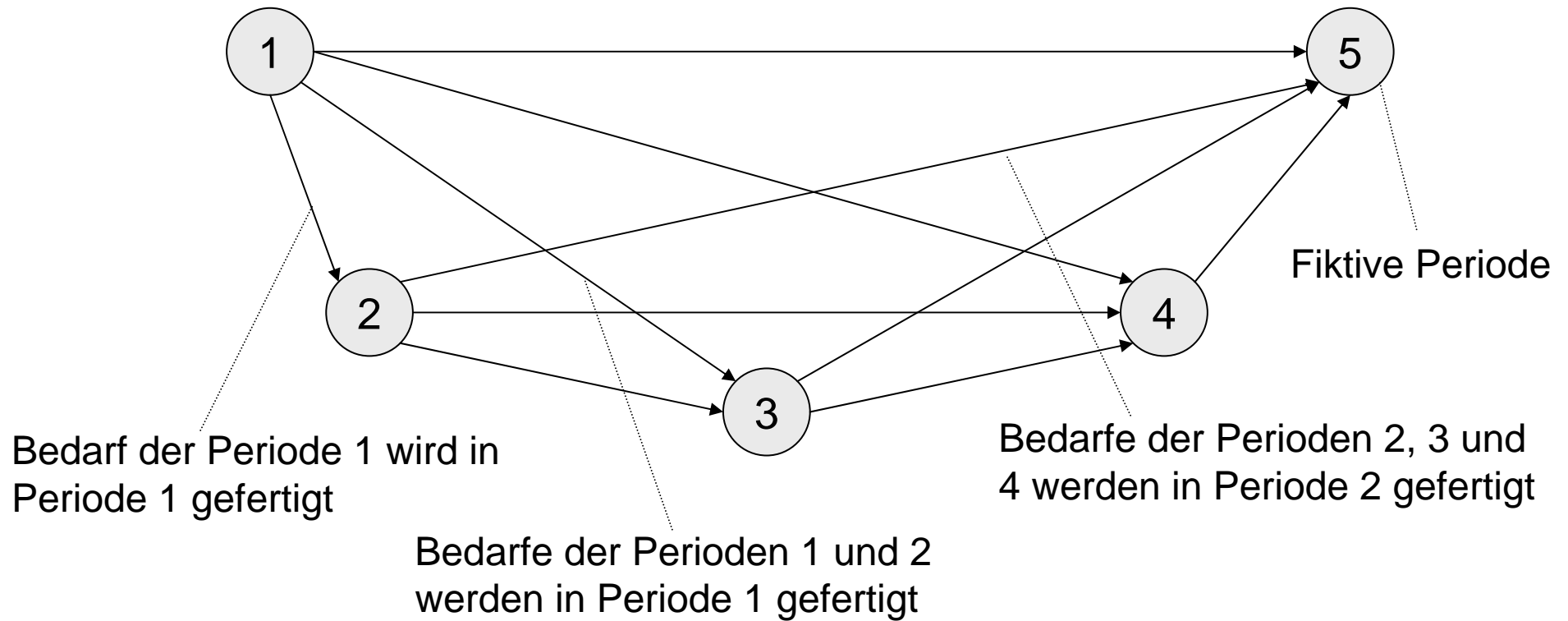
<b>Auflagekosten:</b>	<b>40</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>40</b>	
<b>Lagerkosten:</b>	<b>70</b>	<b>30</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	
<hr/>					
<b>Gesamtkosten:</b>	<b>110</b>	<b>30</b>	<b>0</b>	<b>40</b>	<b>180</b>

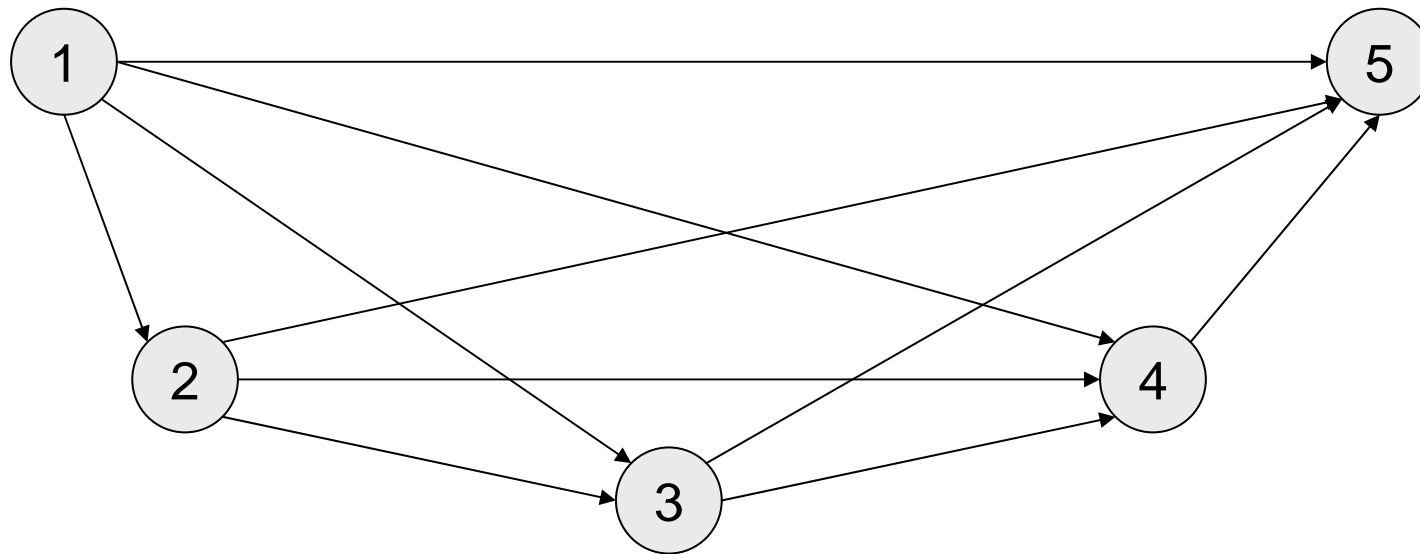


## Konsequenz der Zero-Inventory Property – Periode 1

Lagerkostensatz  $c=1$

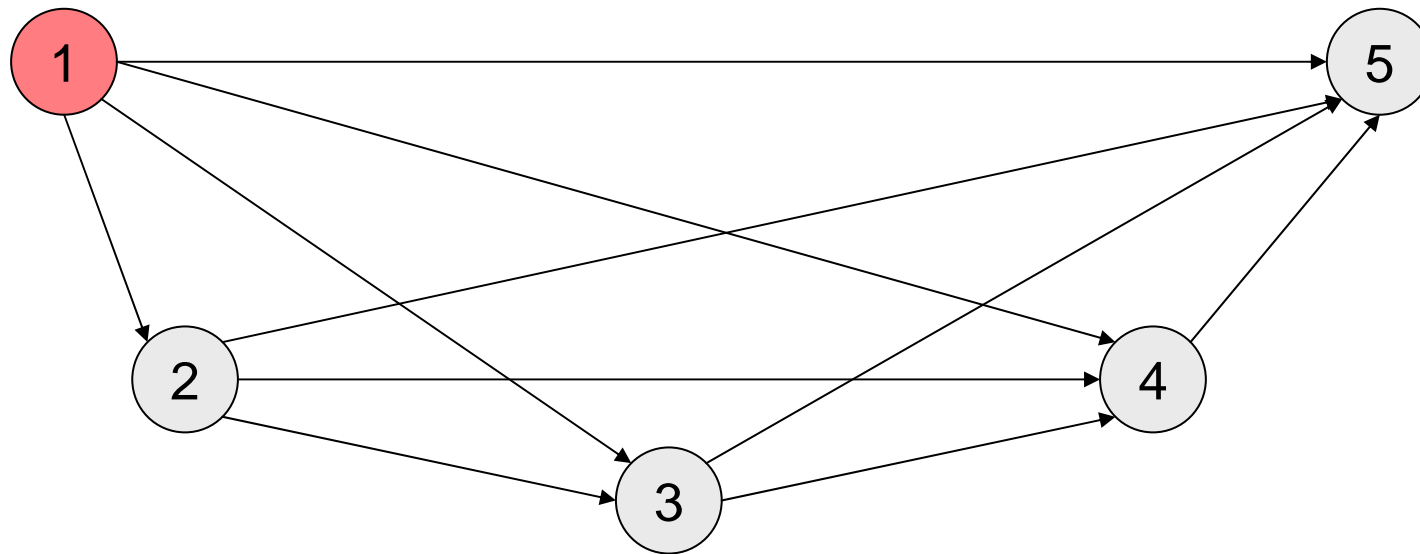
Fixkosten  $F = 40$





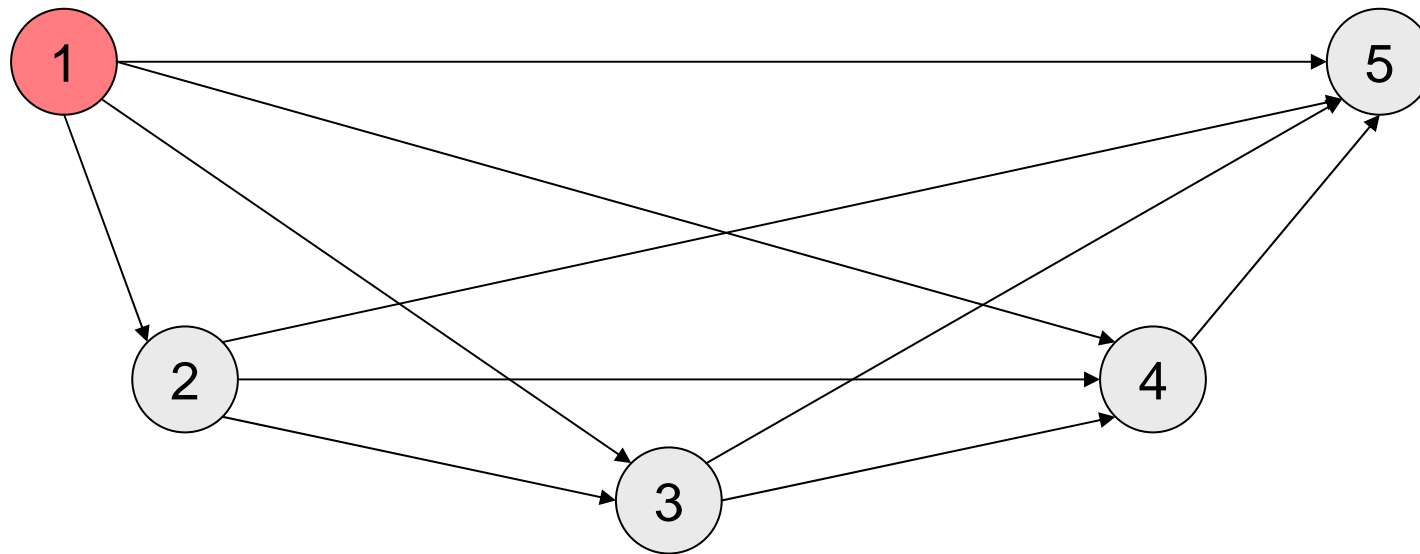
Periode	1	2	3	4
$b_t$	50	40	30	50
$c$	1	1	1	1
$F$	40	40	40	40

	2	3	4	5
1	40			
2	-			
3	-	-		
4	-	-	-	



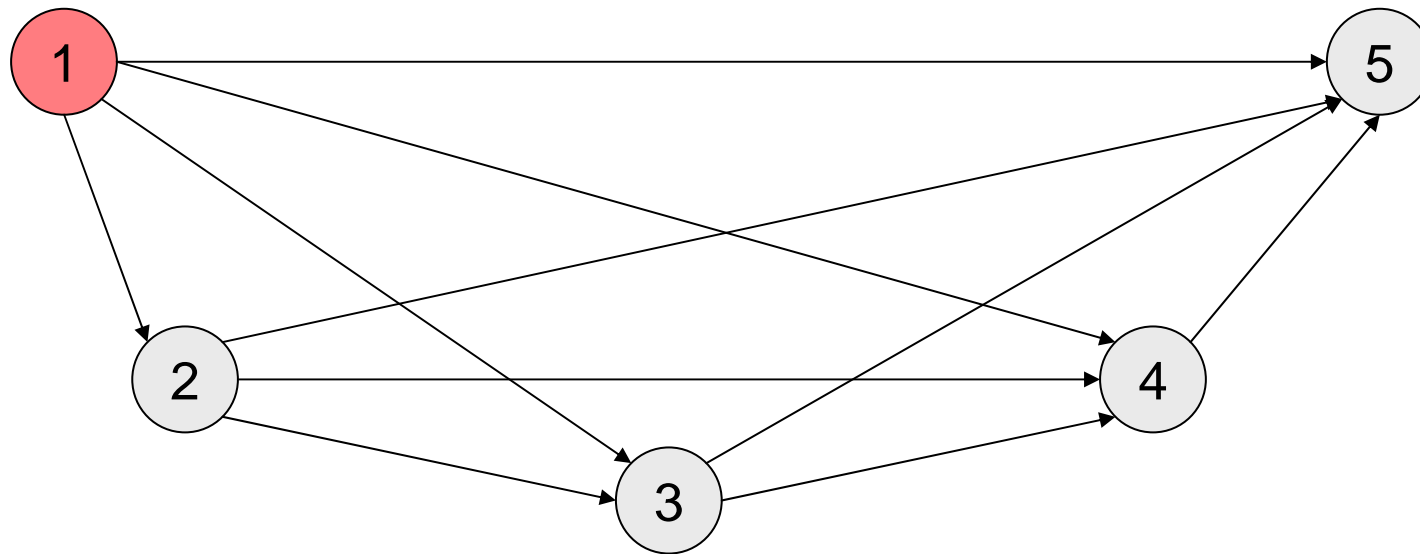
Periode	1	2	3	4
$b_t$	50	40	30	50
$c$	1	1	1	1
$F$	40	40	40	40

	2	3	4	5
1	40	80		
2	-			
3	-	-		
4	-	-	-	



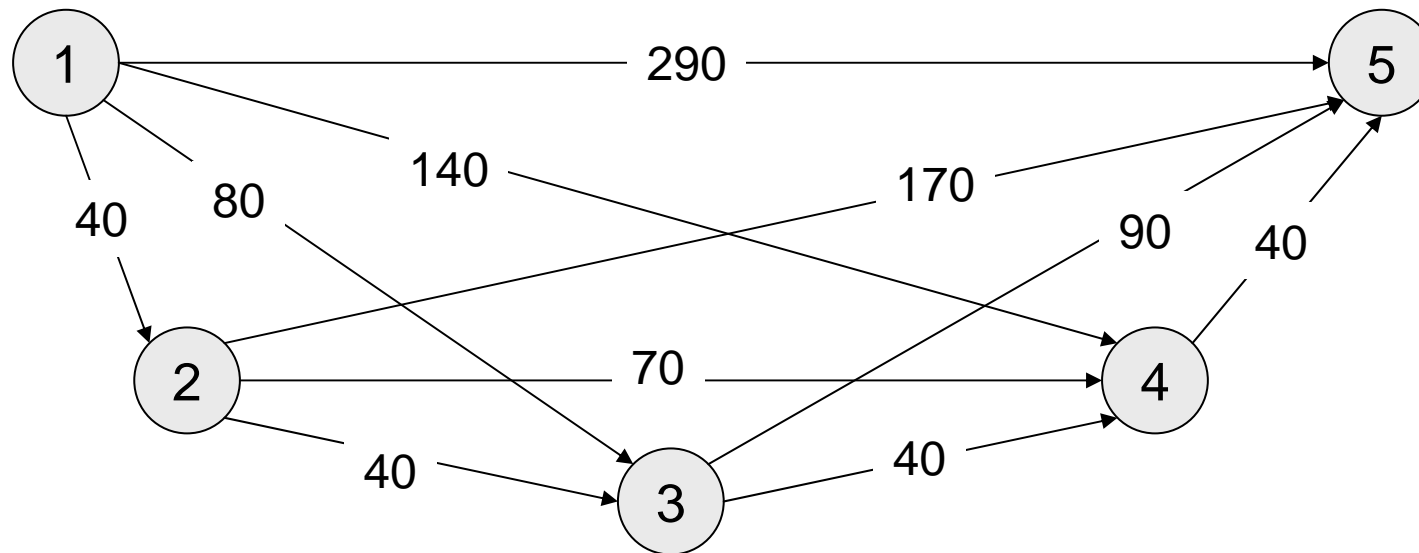
Periode	1	2	3	4
$b_t$	50	40	30	50
$c$	1	1	1	1
$F$	40	40	40	40

	2	3	4	5
1	40	80	140	
2	-			
3	-	-		
4	-	-	-	



Periode	1	2	3	4
$b_t$	50	40	30	50
$c$	1	1	1	1
$F$	40	40	40	40

	2	3	4	5
1	40	80	140	290
2	-			
3	-	-		
4	-	-	-	

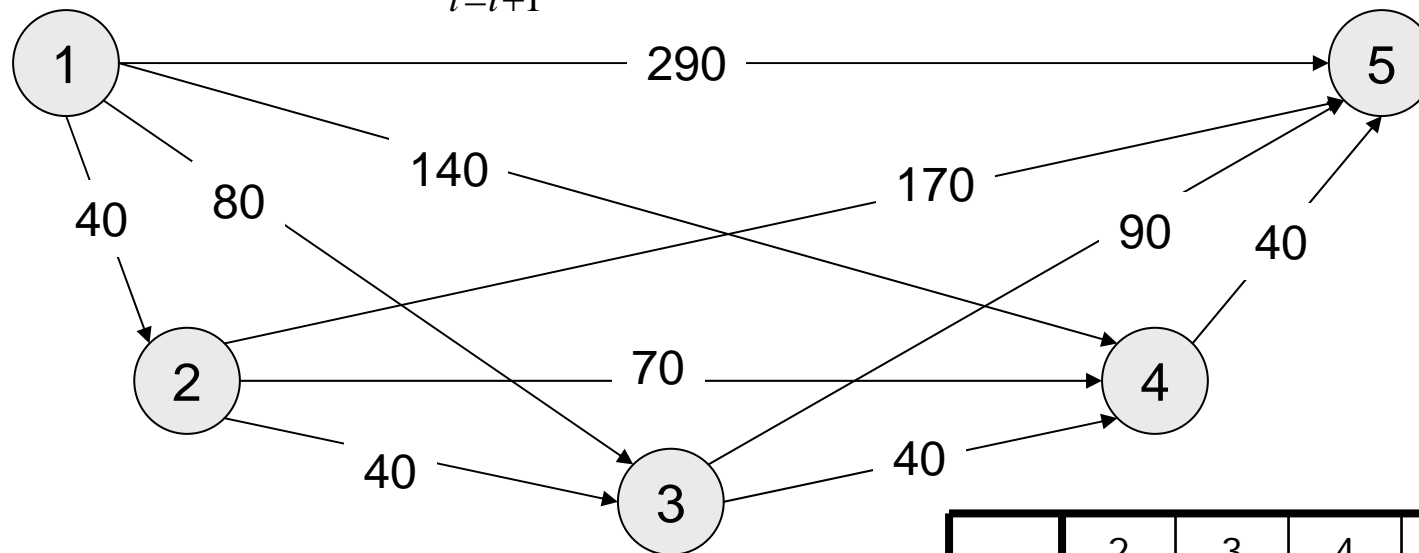


Periode	1	2	3	4
$b_t$	50	40	30	50
$c$	1	1	1	1
$F$	40	40	40	40

	2	3	4	5
1	40	80	140	290
2	-	40	70	170
3	-	-	40	90
4	-	-	-	40



$$r_{ij} = F + \sum_{t=i+1}^{j-1} b_t \cdot c \cdot (t-i) \quad \forall (i, j) \in E$$



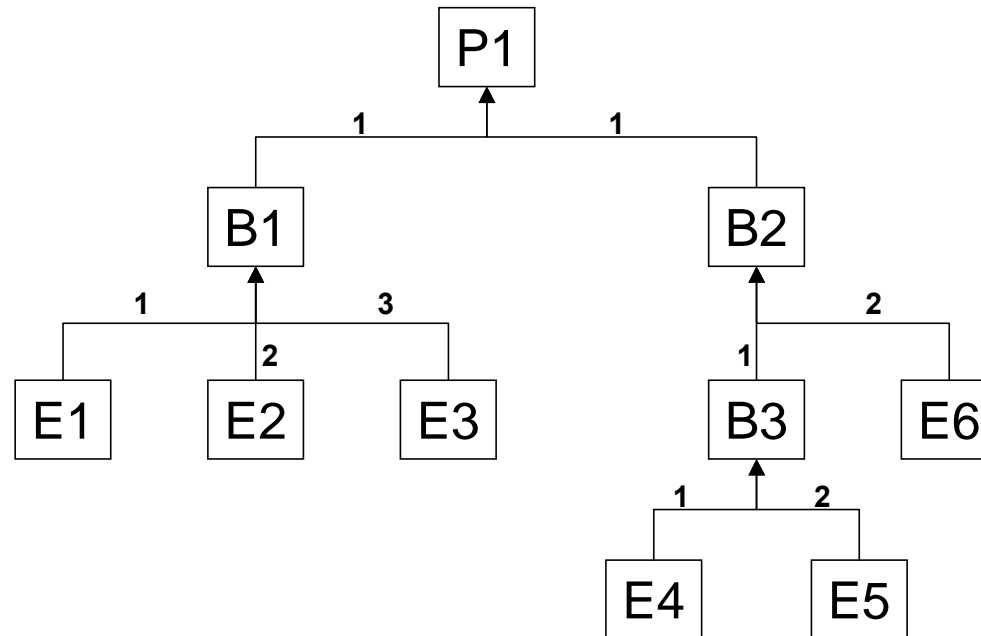
Periode	1	2	3	4
$b_t$	50	40	30	50
$c$	1	1	1	1
$F$	40	40	40	40

	2	3	4	5
1	40	80	140	290
2	-	40	70	170
3	-	-	40	90
4	-	-	-	40



# Mängel des PPS-Konzeptes (1)

Industrielles Management



		Primärbedarf													
Stufe		1	2	3	4	5	6	7	8	9	Kr	Ik	s	Kr = Rüstkosten pro Losauflage [GE]  Ik = Lagerkosten pro Stück und Periode [GE/(ME*ZE)]  s = Stückbearbeitungszeit [ZE]	
	1	P1	0	0	0	25	10	0	30	5	30	30	2		1
		B1										25	1		1
	2	B2										35	2		1
		E1										40	2		1
		E2										10	1		1
	3	E3										25	3		1
		B3										20	3		1
		E6										15	2		1
	4	E4										35	1		1
	E5										25	2	1		

Kr = Rüstkosten pro Losauflage [GE]

Ik = Lagerkosten pro Stück und Periode [GE/(ME\*ZE)]

s = Stückbearbeitungszeit [ZE]



# Mängel des PPS-Konzeptes (2)

Industrielles Management

Lösung nach dem MRP2-Prinzip

		Primärbedarf									Kosten
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	P1	0	0	0	35	0	0	35	0	30	120
	B1	0	0	35	0	0	35	0	30	0	75
2	B2	0	0	35	0	0	35	0	30	0	105
	E1	0	35	0	0	35	0	30	0	0	120
3	E2	0	70	0	0	70	0	60	0	0	30
	E3	0	105	0	0	105	0	90	0	0	75
	B3	0	35	0	0	35	0	30	0	0	60
	E6	0	70	0	0	70	0	60	0	0	45
4	E4	35	0	0	35	0	30	0	0	0	60
	E5	70	0	0	70	0	60	0	0	0	75
											Σ 810

*ungültig*

		Kapazitätsbedarf									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1		0	0	0	35	0	0	35	0	30	40
2		0	0	70	0	0	70	0	60	0	80
3		0	315	0	0	315	0	270	0	0	300
4		105	0	0	105	0	90	0	0	0	110

Optimale Lösung ohne Kapazitätsengpass

		Primärbedarf									Kosten
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	P1	0	0	0	35	0	0	65	0	0	210
	B1	0	0	35	0	0	65	0	0	0	50
2	B2	0	0	35	0	0	65	0	0	0	70
	E1	0	35	0	0	65	0	0	0	0	80
3	E2	0	70	0	0	130	0	0	0	0	20
	E3	0	105	0	0	195	0	0	0	0	50
	B3	0	35	0	0	65	0	0	0	0	40
	E6	0	70	0	0	130	0	0	0	0	30
4	E4	35	0	0	65	0	0	0	0	0	70
	E5	70	0	0	130	0	0	0	0	0	50
											Σ 670

*nicht kostenminimal*

## Lösung:

Mehrstufige Losgrößenplanung unter Beachtung des Kapazitätsangebotes.



## Literaturhinweis:

Günther und Tempelmeier (2000):  
Produktion und Logistik 4. Aufl., S.  
179-213.