

IBL-III Seminar

Betreuerin: Fr. Dr. C. Höck

Thema 12

Job-Shop-Scheduling Problem

Manuela Melzer

Torsten Buck

- Einleitung
- Das Job Shop Scheduling Problem
- Lösungsverfahren
- Beispiel
- Fazit



„Gegenüber der Fähigkeit, die Arbeit eines einzigen Tages sinnvoll zu ordnen, ist alles andere im Leben ein Kinderspiel.“

(Johann Wolfgang von Goethe)

Bsp.: Situation an der Kasse im Supermarkt

- Gerechtigkeit: Bedienung der Kunden entsprechend ihrer Ankunftszeit
- Kunden mit geringer Einkaufsmenge wollen meist vorgelassen werden
- Argumentation: Wartezeit der folgenden Kunden verlängert sich ja kaum!
- Wartezeit des Vorgelassenen verkürzt sich jedoch erheblich



- Die Gesamtsumme der Wartezeiten wird minimiert
- Unterschiedliche Ziele führen zu unterschiedlichen optimalen Reihenfolgen



Job-Shop-Scheduling Problem

(Das Problem der Maschinenbelegung in der Werkstattfertigung)



Werkstattfertigung

Festlegung der Reihenfolge



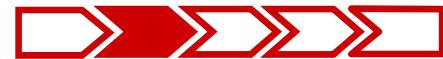
- Sinnvoll erscheint im ersten Moment der Vergleich aller theoretisch denkbaren Reihenfolgen
- Lösungsmethodik einer vollständigen Enumeration führt jedoch sehr schnell zu einer inakzeptablen Rechendauer
- Bsp.: Jobvolumen von 100 Aufträgen führt zu $100! \approx 10^{158}$ möglichen Belegungsplänen
- Vergleichsweise geschätzte Anzahl an Atomen unserer Milchstraße: 10^{68}



→ **Aufgabe des Job-Shop-Scheduling Problems** ist die zulässige zeitliche und örtliche Zuordnung von Arbeitsgängen eines oder mehrere Aufträge auf verschiedene Maschinen unter Berücksichtigung einer oder mehrerer gewählter Zielsetzungen und gegebener Restriktionen.

Modellannahmen und Notation (klassisches Modell)

- n Aufträge mit $j \in \{1, \dots, n\}$, die sich aus g_j Arbeitsgängen zusammensetzen (A_{j1}, \dots, A_{jg_j}) mit $h = 1, \dots, g_j$, sollen auf m Maschinen mit $i \in \{1, \dots, m\}$ bearbeitet werden
- Die Anzahl der Arbeitsgänge g_j ist gleich derer an Maschinen; $g_j = m$
- Die Maschine i kann zur Zeit nur einen Auftrag j bearbeiten
- Ein Auftrag j kann zur Zeit nur von einer Maschine i bearbeitet werden
- Ein Arbeitsgang h mit $h \in \{1, 2, 3, \dots, g_j\}$ kann nicht unterbrochen werden
- Die fertigungstechnisch vorgegebene Arbeitsgangfolge definiert die Bearbeitungsreihenfolge der Arbeitsgänge (1./2./3./... Arbeitsgang)
- Die Maschinenfolge $\mu_{jh} = (\mu_{j1}, \dots, \mu_{jg_j})$ von j gibt explizit an, welcher Arbeitsgang des Auftrages j auf welcher Maschine gefertigt wird
- Bearbeitungszeiten t sind fix



Fortsetzung

- Es wird von einem statischen Modell ausgegangen, d.h. die Bereitstellungszeitpunkte a_j für alle j's sind Null; $a_j=0$
- Ferner ist das Modell deterministisch, d.h. alle Werte sind zu Beginn unveränderlich gegeben.
Somit existieren keinerlei zufällige (stochastische) Faktoren
- Es sind **keine weiteren Restriktionen** gegeben, wie bspw. Nach-, Vorlauf-, Transportzeiten, Ressourcenbeschränkungen, oder reihenfolgeabhängige Rüstzeiten
- f_j beschreibt den gewünschte Fertigstellungszeitpunkt
- F_j benennt den tatsächlichen Fertigstellungszeitpunkt

→ **Gesucht** ist eine zulässige Auftragsfolge (Schedule), die die zeitliche Abfolge der Aufträge, bzw. dessen Arbeitsgänge, für alle Maschinen benennt

Beispiel:

 μ_j

h

j\h	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	2	1	3

Arbeitsgang 3 von Auftrag 2 (A_{23}) wird auf Maschine 1 (M_1) gefertigt

 t_{jh}

j\h	1	2	3
1	3	3	2
2	2	3	3
3	4	3	1

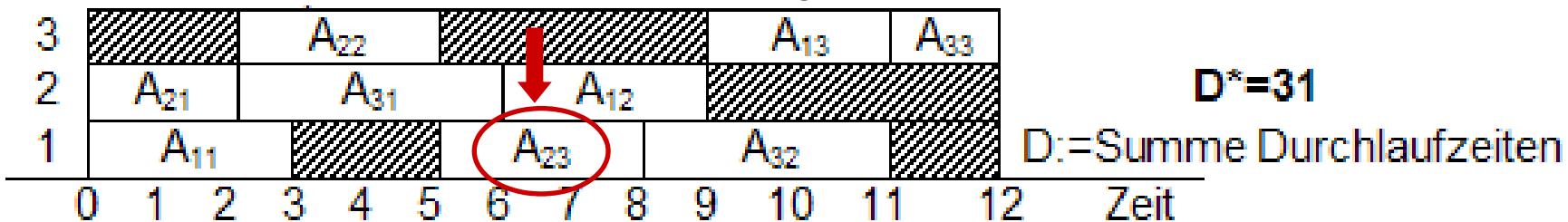
Arbeitsgang 3 von Auftrag 2 dauert 3 ZE

 t_{ji}

j\i	1	2	3
1	3	3	2
2	3	2	3
3	3	4	1

Die Bearbeitungszeit von Auftrag 2 auf Maschine 1 beträgt 3 ZE

Abb. B1: Maschinenorientiertes Gantt-Diagramm





Zweck einer Zielfunktion

- Eine Zielfunktion dient im Rahmen eines Optimierungsmodells der Bewertung von Lösungen
- Die Qualität einer Funktion ist davon abhängig, in welchem Maß sie die Realität widerspiegelt
- Es gilt eine Gleichung zu generieren, die den Produktionsprozess eines Unternehmens widerspiegelt

1. Dilemma der Ablaufplanung

- Eine 100%-ige Operationalisierung aller Produktionsfaktoren in einer Zielfunktion verursacht große Kosten und ist unmöglich
- Daher muss die Zielfunktion, die den Fertigungsablauf beschreibt, vereinfacht werden
 - „Eine unrealistische Modellierung der Wirklichkeit kann zu folgenden Ereignissen führen:
 - Eine gefundene Lösung des Modells kann sich in der Praxis als unbrauchbar erweisen, da reale Beschränkungen im Modell vernachlässigt wurden.
 - Eine Optimallösung des Modells entspricht nicht den vorgegebenen Zielvorstellungen, da diese durch die verwendete Zielfunktion nur ungenau abgebildet werden.“ [Geo 7, S.78]



Beispiel eines frühgeschichtlichen Optimierungsproblems



Das zu lösende Modell lautete; vgl. Wille (1992, S. 75):

→ Minimiere „Anzahl der Hopser“
unter der Nebenbedingung

Drehfähigkeit der Räder, d.h. Anzahl der Ecken ≥ 3



Behebung 1. Dilemma

- Die Einplanungsreihenfolge von Arbeitsgängen wird unter Berücksichtigung von einfachen "Hilfszielen" getroffen
- Hilfsziele dienen der Beurteilung von Maschinenbelegungsplänen und sollen den Unternehmenserfolg positiv beeinflussen
- Gesucht ist der Schedule, der einen optimalen Zielfunktionswert liefert
- Überwiegend gilt es das Ziel zu minimieren

Zielklassen

1. Durchlaufzeitbezogene Ziele
2. Terminorientierte Ziele
3. Kapazitätsorientierte Ziele

Häufig verwandte Kennzahlen zur Bewertung von Belegungsplänen sind nachfolgender Tabelle zu entnehmen

2. Dilemma der Ablaufplanung

- Ergibt sich bei Mehrfachzielsetzung
- Ziele können zueinander neutral, komplementär, oder **miteinander konkurrieren**

Beispiel

- minimiere Durchlaufzeit **UND** Leerzeit → konkurrend
- minimiere Zykluszeit **UND** Wartezeit → komplementär



Durchlaufzeit

$$D_j := F_j - a_j$$

Summe der Durchlaufzeiten

$$D := \sum_{j=1}^n D_j$$

Wartezeit

$$W_j := \sum_{i=1}^m W_{ji}$$

1. Durchlaufzeitbezogene Ziele

Kennzeichnet die Dauer eines Auftrages j, die von der Auftragsbereitstellung a_j bis zu seiner Fertigstellung F_j vergeht

Spiegelt die Summe aller D_j wieder

W_{ji} repräsentiert die Verweildauer eines Auftrages j vor Maschine i, der auf Maschine i-1 bereits abgearbeitet wurde
 W_j ist die Summe aller Auftrags-Wartezeiten, die vor Maschinen anfallen

2. Teminorientierte Ziele

Terminabweichung

$$T_j := F_j - f_j$$

Ist die Differenz aus realer Auftragsbeendigung F_j und gewünschten f_j von Auftrag j (Soll-Hst-Vergleich)

Verspätung

$$V_j := \max\{0, T_j\}$$

Eine positive Terminabweichung wird als Verspätung gekennzeichnet, wobei das größte T_j eines Auftrages j die Verspätung angibt

3. Kapazitätsorientierte Ziele

Zykluszeit

$$Z := \max \{F_j \mid j = 1, \dots, n\}$$

Eine (begrenzte) Zahl an Aufträgen soll schnellstmöglich gemeinsam als Gruppenauftrag abgefertigt werden.

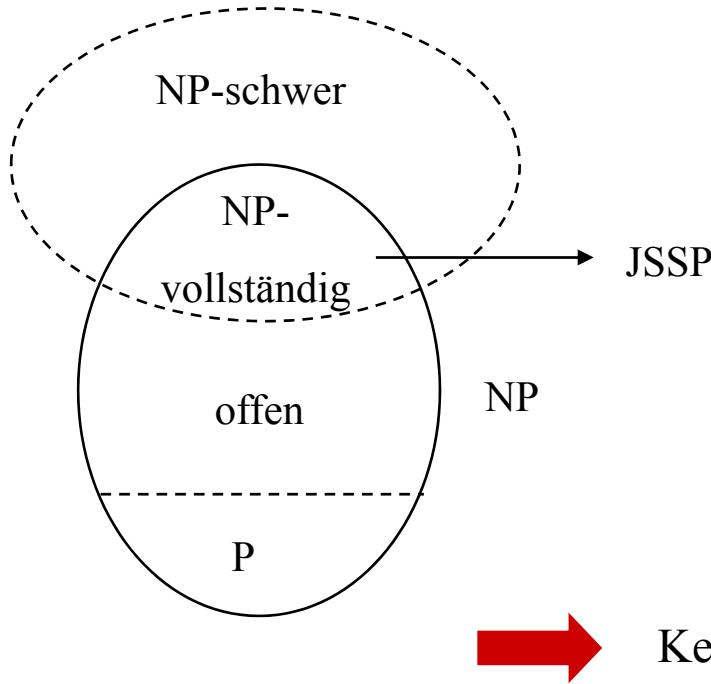
Leerzeit

$$L_i := Z - \sum_{j=1}^n t_{ji}$$

Ist diejenige Zeitspanne innerhalb der Belegungszeit von Maschine i, in der Maschine i keinen Auftrag abfertigt



- Komplexes Problem: es gibt kein bekanntes Verfahren zur optimalen Lösung mit polynomialem Rechenaufwand (in Abhängigkeit der Eingabedaten)



- Klasse P: es gibt Algorithmen mit polynomialem Rechenaufwand
- Klasse NP: nicht-polynomialer, meist exponentieller Aufwand
- Klasse NP-vollständig: bislang kein Algorithmus bekannt, der eines der Probleme garantiert mit polynomialem Aufwand löst

Keine Suche nach effizienten Algorithmen,
sondern Verwendung von **enumerativen
Verfahren und Heuristiken**



- JSSP zählt zu den kombinatorischen Optimierungsproblemen, d.h. Lösungen entstehen durch Kombinieren und Reihen von Lösungselementen, die Anzahl verschiedener, zulässiger Lösungen steigt exponentiell zur Größe der Probleminstanz



Eigenschaften der Datenmenge (Anzahl Maschinen, Aufträge...)

- **Definition Algorithmus:**

„Die Vorschrift löst das Problem nach endlich vielen Schritten bzw. zeigt nach endlich vielen Schritten die Nichtexistenz einer Lösung auf.“

- **Definition Heuristik:**

„Nährungsweise Lösungsverfahren, dass auf nichtwillkürliche Art und Weise potentielle Lösungen vom Suchprozess ausschließt und für das keine Garantie für die Optimalität der Lösung gegeben werden kann.“

Exakte Verfahren

- Vollständige Enumeration
- Implizite Enumeration (Branch and Bound / Branch and Cut)

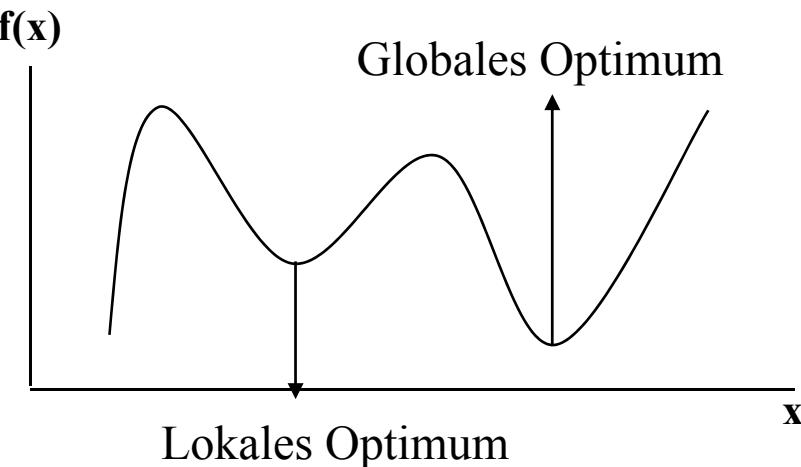
Meta-/Heuristiken

- Prioritätsregeln
- Tabu Search
- Simulated Annealing
- Threshold Accepting
- Genetische Algorithmen
- ...

- **Metaheuristiken:** Moderne heuristische Verfahren, die in der Lage sind lokale Optima zu überwinden. Sie erlauben neben Lösungsverbesserungen auch temporäre Verschlechterungen

→ **Lokale Suchverfahren**

→ **Evolutionäre Verfahren**



- Iterative Verbesserung einer aktuellen Lösung durch schrittweises Austauschen benachbarter Lösungen
- Menge zulässiger Lösungen entspricht dem Lösungsraum, der i.d. Regel nicht effizient abgesucht werden kann



- Untersuchung eines kleinen Bereiches des Lösungsraums in vertretbarer Rechenzeit



- Nur Lokales Optimum



□ Idee:

- Von Kirkpatrick et al. 1983 und Cerny 1985
- Werkstoffphysik: Thermischer Prozess zur Erlangung eines Zustandes sehr niedriger Energie in einem Festkörper (z.B. Kristall)
- Stochastisches Verfahren: zufällige Auswahl einer Nachbarlösung

Akzeptanzwahrscheinlichkeit

□ Analogie:

Zustand \leftrightarrow zulässige Lösung

Energie \leftrightarrow Zielfunktion

Nachfolgezustand \leftrightarrow Lösung aus der Nachbarschaft

- Festlegung eines Abkühlungsplans mit Anfangstemperatur
- Problemspezifische Entscheidungen (Zielfunktion, Def. Nachbarschaft, Ausgangslösung)



□ Grundprinzip

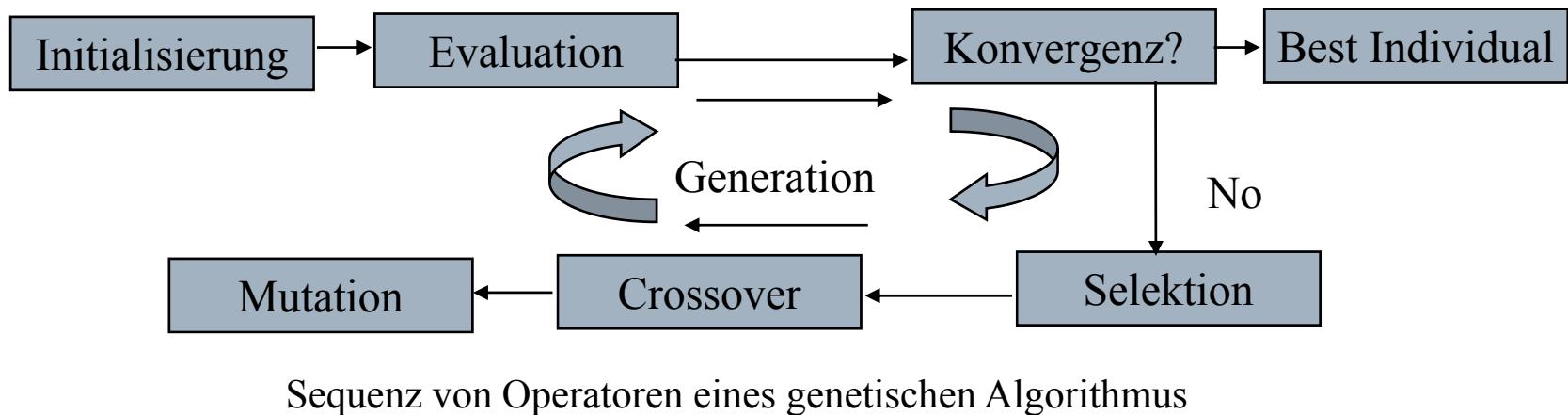
- Erreichen einer besseren Lösung durch Umweg über eine temporärer Verschlechterung möglich
- Nachbarlösungen, die besseren Zielfunktionswert liefern, werden immer akzeptiert, Verschlechterung nur mit bestimmter Wahrscheinlichkeit (W)
- W wird durch zeitabhängigen Parameter und den Grad der Verschlechterung kontrolliert; anfangs können stärkere Verschlechterungen auftreten
- Akzeptanzverhalten ermöglicht lokale Optima wieder zu verlassen, um Lösungsqualität zu verbessern
- Parameter: **Temperatur T** (im Laufe des Verfahrens reduzieren, bis $T=0$)
- „Abkühlungsfahrplan“ ist wichtigste Komponente zur Beeinflussung des Erfolges
- **Problem:** Keine allgemeingültigen Regeln vorhanden



- Verfahren der iterativen Verbesserung durch Nachbarschaftssuche
- Ergänzung des Suchprozesses durch eine Art **Gedächtnis; sog. TABU-Liste**
- Speicherung historischer Suchschritte → bereits besuchte Lösungen vermeiden (Vergrößerung des Lösungsraums)
- Auswahl der besten Nachbarschaftslösung, die nicht in der Liste steht
- Aufhebung des Tabu-Status durch **Aspirationskriterium** möglich
- Häufigstes Kriterium: Verbotene Lösung ist besser als bisher gefundene, beste Lösung
- Mögliche Abbruchkriterien: feste Anzahl von Iterationen überschritten, leere Nachbarschaft, ausreichende Lösung
- Problem: Tabu-Listenlänge, erfolgt experimentell

Einsatz biologischer Prinzipien zur Lösung von Optimierungsproblemen

- Anpassungsprozesse von Lebewesen, wobei Entwicklung einer Species einen Optimierungsprozess an gegebene Umwelt darstellt
- Vorreiter: Holland, Rechenberg Anfang der 60-er Jahre
- Betrachtung von Individuen, welche eindeutig durch Gene (Eigenschaften) identifizierbar sind



□ Grundmechanismen:

- **Selektion:** Auswahl einer Menge von Lösungskandidaten (Population) unter Beachtung des Fitnesswertes (Lösungsgüte)
- **Kreuzung:** Rekombination von einzelnen Lösungskandidaten (Kind- und Elternindividuen) durch Austausch von „Erbmaterial“
 - Teillösungen von „fitten“ Individuen
- **Mutation:** Geringfügige Änderung des Erbgutes an zufällig ausgewählten Stellen mit Hilfe eines Mutationsoperators
- Konvergenz beschreibt das Anstreben an ein lokales Optimum

→ **Stochastisches Verfahren** (Zufallselemente)

Beispiel:

	M_1	M_2	M_3
J_1	2	3	1
J_2	3	1	2
J_3	2	1	3

Maschinenfolgen

	M_1	M_2	M_3
J_1	40	20	70
J_2	30	50	60
J_3	20	40	30

Bearbeitungszeiten

 1. Erzeugung einer Initialpopulation (zufällig)

$POP_0 = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ Populationsgröße mit 4 Individuen

→ Darstellung einer sog. Job Sequenz Matrix (Angabe über die Fertigungsauftragsfolge)

$M_1 : J_3, J_2, J_1$

3 2 1

$M_2 : J_3, J_2, J_1$

3 2 1

$M_3 : J_3, J_2, J_1$

3 2 1



Kompaktschreibweise



$$\begin{array}{ll}
 s_1 = & \begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix} \quad Z_{\max}(s_1) = 280 \\
 & \qquad \qquad \qquad s_3 = \begin{matrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{matrix} \quad Z_{\max}(s_3) = 230 \\
 \\
 s_2 = & \begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{matrix} \quad Z_{\max}(s_2) = 270 \\
 & \qquad \qquad \qquad s_4 = \begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix} \quad Z_{\max}(s_4) = 280
 \end{array}$$

□ 2. Selektion

- Lineare Rangselektion: Reihenfolge der Fitnesswerte um die Selektionswahrscheinlichkeit zu berechnen
- Bildung einer Rangordnung und Sortierung der Individuen, hier Minimierungsproblem → je kleiner der Fitness, desto besser

Rang	Individuum	Fitness	$P(s_i)$
4	s_3	230	4/10
3	s_2	270	3/10
2	s_1	280	2/10
1	s_4	280	1/10

Diese „Elternindividuen“ werden für Kreuzung gewählt



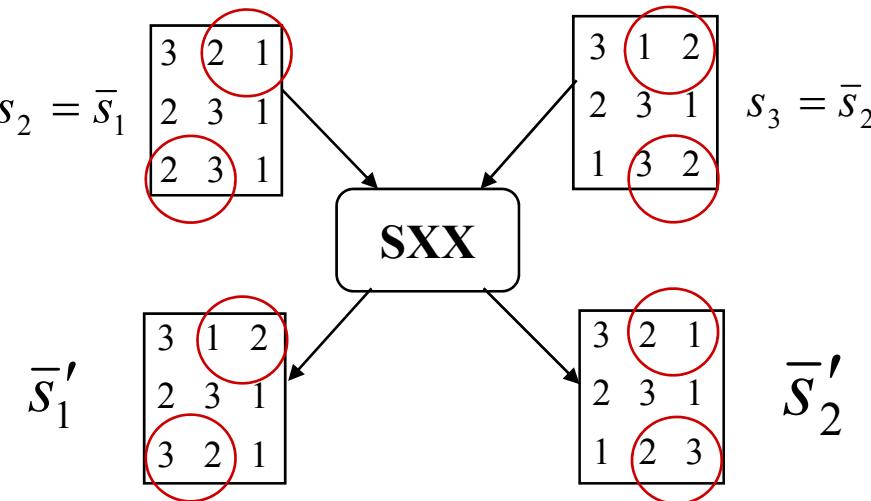
Erzeugung zweier Kind-Individuen

$$s_2 = \bar{s}_1$$

$$s_3 = \bar{s}_2$$

3. Kreuzung

- Vielfalt an möglichen Kreuzungsoperatoren (1 Punkt, Mehrpunkt, SXX...)
- SXX (Subsequence Exchange Crossover): versucht Gruppen von Aufträgen zu finden, die in derselben Zeile stehen und sich lediglich in der Reihenfolge unterscheiden. Diese Gruppen werden ausgetauscht.



4. Mutation

- Geringfügige Änderung des Erbgutes an zufällig ausgewählten Stellen mit Hilfe von Mutationsoperatoren
- Bsp.: Shift-Change-Operator wählt Auftrag zufällig aus und verschiebt ihn auf allen Maschinen um gleiche Anzahl und in gleiche Richtung



5. Bewertung

- Berechnen der Qualität des neuen Individuums



Beschreibung B&B

- B&B ist ein **unvollständiges exaktes Verfahren**, welches nach endlich vielen Schritten eine optimale Lösung findet, bzw. dessen Nichtexistenz nachweist
- Idee von B&B: nur **einen Teil des Lösungsraumes** (=unvollständig) zu **durchsuchen**, bis ein einziges optimales Ergebnis (=exakt) gefunden wurde
- Dabei wird der Lösungsraum in Form eines „Entscheidungs-Baumes“ dargestellt und auf der Suche nach dem opt. Belegungsplan durchlaufen
- Unter B&B wird eine Vielzahl methodisch ähnlich arbeitender Verfahren zusammengefasst

Bestandteile von B&B

1. Initialisierung des Verfahrens
2. Vorschrift zur Bildung von **Relaxationen** (Eliminierung bzw. Lockerung einer oder mehrerer Restriktionen)
3. Regel zum Ausloten/Beschränken von Problemen (**bound=beschränken**) mit Hilfe von oberen und unteren Schranken (**UP** = upper bound / **LB** = lower bound)
4. Eine **Selektionsregel** zur Bestimmung des nächsten zu behandelnden Knotens
5. Regel zur Verzweigung eines Problems in Teilprobleme (**branch=verzweigen**)

Quelle: In Anlehnung an [Dom/Dre 6, S.134]



- Es wird ein auf **aktiven Plänen** beruhendes B&B-Verfahren skizziert
ZIEL: minimiere Gesamtbearbeitungszeit $Z := \max \{F_j \mid j = 1, \dots, n\}$ /vgl. [Dom 5, S.414 ff.]

 μ_j h

$j \setminus h$	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	2	1	3

 t_{jh}

$j \setminus h$	1	2	3
1	3	3	2
2	2	3	3
3	4	3	1

 t_{ji}

auftrags-
orientiert
maschinen-
orientiert

$j \setminus i$	1	2	3
1	3	3	2
2	3	2	3
3	3	4	1

Ein Knoten P_μ setzt sich aus einem partiellen Belegungsplan Pl_μ (mit fest eingeplanten Arbeitsgängen) und einer Menge momentan einplanbarer Arbeitsgänge A_μ zusammen.

FE=frühester Endzeitpunkt / FA=frühester Anfangszeitpunkt

Startknoten (“Wurzel”)

$P_0:$ $Pl_0:=<\text{leer}>; A_0:=\{A_{11}(\mu_{11}=1), A_{21}(2), A_{31}(2)\}; FA:=(0,0,0)$ wg. $a_j=0$

$$LB_0:=\max \{0+9, 0+9, 0+6 / (0+8) \geq 0+8, 0+8\} = 9,$$

$$FE:=\min \{0+3, 0+2, 0+4\} = 2 \quad \text{auf } i^*=2$$

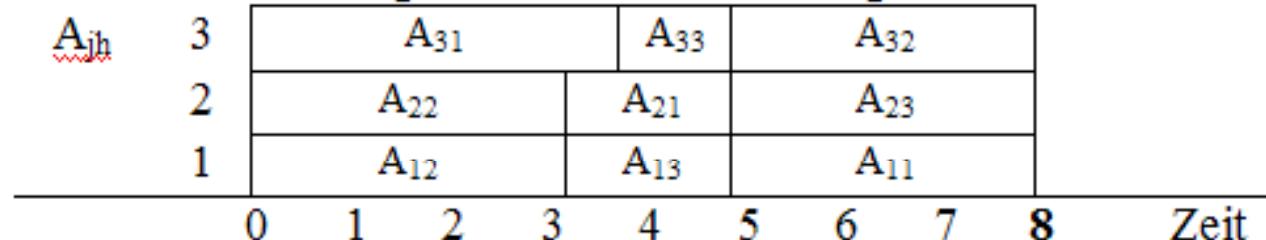
Da A_{21} und A_{31} um die Maschine $i=2$ konkurrieren, somit zwei unterschiedliche Pläne möglich wären, wird das Problem P_0 in P_1 mit A_{21} und P_2 mit A_{31} verzweigt



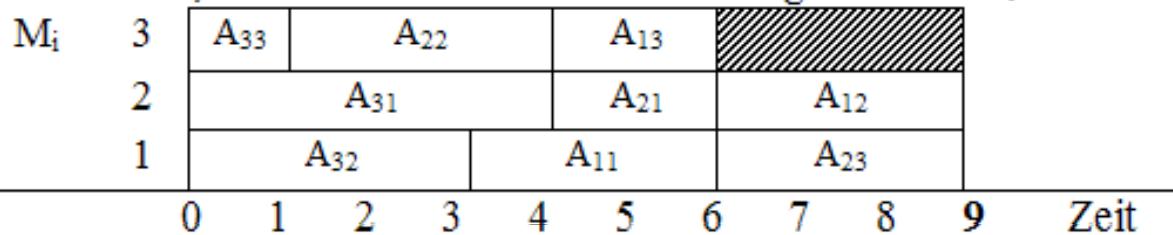
- Die untere Schranke LB soll eine **Schätzung** der noch **mindestens** zu erwartenden Zykluszeit Z abgeben
- Dazu wird die Arbeitsgangfolge **NICHT** beachtet (relaxiert)
- Die obere Schranke UB repräsentiert das Ergebnis des besten bisher gefundenen Ablaufplans

$$LB_0 := \max \{0+9, 0+9, 0+6\} = 9;$$

Relaxiertes, auftragsorientiertes Gantt-Diagramm für P_0



Relaxiertes, maschinenorientiertes Gantt-Diagramm für P_0



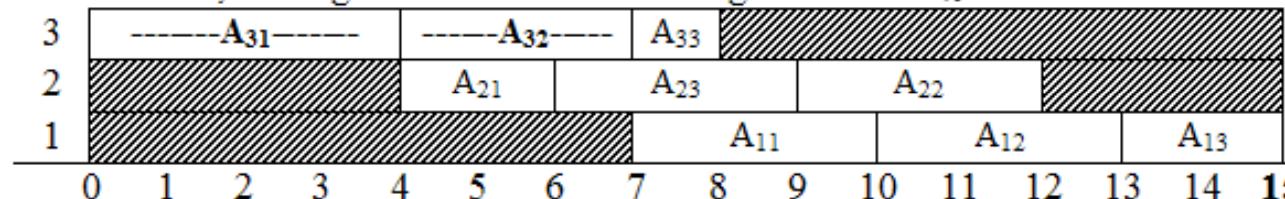


- UB=12**, da das B&B-Verfahren am Ende des linken Zweiges in P_5 eine zulässige Lösung mit $Z=12$ gefunden hat
- Knoten P_{40} wird nicht weiter betrachtet, da das relaxierte/mindestens zu erwartende Ergebnis $15=LB$ beträgt
- P_{40} führt zu einem suboptimalen Ergebnis
- Ein Knoten wird eliminiert, sofern $LB_{\mu} \geq UB$, d.h. kein besseres Ergebnis möglich ist

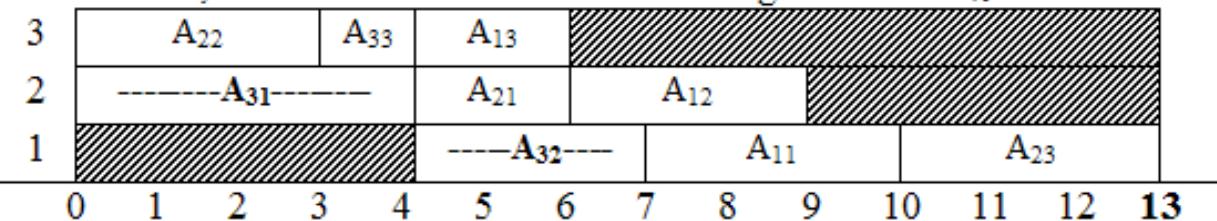
$$P_{40}: PI_{40} := \langle A_{31}, A_{32} \rangle \quad A_{40} := \{A_{11}(1), A_{21}(2), A_{33}(3)\} \quad FA := (7, 4, 7)$$

$$LB_{40} := \max\{7+6, 4+5, 0+6, 7+8, 4+8, 7+1\} = 15; \text{ Ausloten wegen } LB_{40} \geq UB$$

Relaxiertes, auftragsorientiertes Gantt-Diagramm für P_{40}



Relaxiertes, maschinenorientiertes Gantt-Diagramm für P_{40}





- Heuristiken sind flexibel anwendbar und liefern relativ gute Ergebnisse in annehmbaren Rechenzeiten
 - Trotzdem nur Nahrungsverfahren, kein globales Optimum
 - Aussage über Lösungsqualität gestaltet sich schwierig, da die tatsächliche Entfernung von der optimalen Lösung nicht bestimmbar ist
 - Bewertung anhand Lösungsgüte und Laufzeitverhalten → Literatur bietet wenig aussagekräftige Informationen (problemspezifisch)
 - Nachteil der Nachbarschaftssuche: bessere Lösungen außerhalb werden nicht gefunden
-
- **TS:** Tabu-Liste sehr speicherintensiv, Überprüfung zeitaufwendig, Listen-Länge?
 - **SA:** Keine allgemeingültige Regel für „Abkühlungsfahrplan“, auch hier treten problemspezifische Entscheidungssituationen auf: Ausgangslösung, Definition Nachbarschaft
 - **GA:** Lösungsgüte von sehr vielen Parametern abhängig (Populationsgröße, Anzahl Generationen, Selektions- und Mutationskriterien...)



- Als problematisch haben sich die beiden Dilemma der Zielsetzung gezeigt:
- 1. Dilemma: Fit zwischen Zielfunktion und Realität
- 2. Dilemma: Konflikt bei konkurrierenden Zielen
- Ferner terminiert die Komplexitätshürde die Größe des JSS-Modells ($m \times n$)
- Selbst durch einen enormen technischen Computerfortschritt änderte sich nichts
- Ebenfalls die in den Lösungsverfahren überwiegend gemachten Annahmen, dass Daten als gegeben anzusehen sind und es keine stochastischen Faktoren gibt, ist äußerst strittig

Ausblick

- Als Weiterführung des Branch- and Bound-Verfahrens ist das Branch- and Cut-Verfahren anzusehen, welches sich stärker auf die Reduzierung (Beschneidung=cut) des Lösungsraumes konzentriert
- Am intensivsten wird die Lösungsklasse der Heuristiken betrachtet werden, da sie in angemessener Zeit ein geeignetes Ergebnis liefert; besonders für die Praxis interessant
- Das Forschungsfeld des Job-Shop-Scheduling wird auch in Zukunft weiterhin Bestand haben, denn es beschäftigt sich damit, gegebene Produktionsressourcen (Maschinen, etc.) möglichst effizient einzusetzen (**Allokationsproblem**).

[Dom 5]

Domschke,W., Scholl,A., Voß,S.

Produktionsplanung; Ablauforganisierte Aspekte; 2. Auflage;
Springer, 1997

[Dom/Dre 6]

Domschke,W. und Drexel, A.

Einführung in Operations Research; 6. Auflage;
Springer 2004

[Tei 17]

Teich,T.

*Optimierung von Maschinenbelegungsplänen unter Benutzung
heuristischer Verfahren;*
Josef Eul Verlag, Köln 1998