



Seminar zur Industriebetriebslehre III
Thema 10: Das Resource-Constrained Project Scheduling
Problem in der Zeit- und Kapazitätsplanung

Cordelia Mühlbach



Universität Hamburg
Department Wirtschaftswissenschaften
Arbeitsbereich Industrielles Management
Dr. Claudia Höck



Agenda

1. Grundlegende Definitionen
2. Darstellung eines RCPSP
 - 2.1 Mathematische Darstellung der Grundform
 - 2.2 Durchlaufzeitenbeispiel
3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung
4. Fazit



Agenda

1. Grundlegende Definitionen
2. Darstellung eines RCPSP
 - 2.1 Mathematische Darstellung der Grundform
 - 2.2 Durchlaufzeitenbeispiel
3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung
4. Fazit



1. Grundlegende Definitionen

- **Resource-Constrained Project Scheduling Problem**
 - Abhängigkeit eines Projektes von den verwendeten Ressourcen
 - Erstellung eines Ablaufplanes durch Verteilung der beschränkten Ressourcen
- **Ressourcen**
 - Einsatzfaktoren mit knapper Kapazität
 - Erneuerbare Ressourcen (Maschinen)
 - Nicht erneuerbare Ressourcen (Rohstoffe)
 - Doppelt beschränkte Ressourcen (finanzielle Mittel)

1. Grundlegende Definitionen

- **Jobs**

- Durchzuführende Bearbeitungsschritte bei Projektrealisierung (Gesamtes Produkt)



- **Aktivitäten**

- Bearbeitungsschritte innerhalb eines Jobs (Einzelteile)





Agenda

1. Grundlegende Definitionen
2. Darstellung eines RCPSP
 - 2.1 Mathematische Darstellung der Grundform
 - 2.2 Durchlaufzeitenbeispiel
3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung
4. Fazit



2. Darstellung eines RCPSP

„A Project, given by a finish-to-start network has to be realized“

Quelle: Klein, 2000, S. 77



2. Darstellung eines RCPSP

- **Job Shop Bearbeitung (Erstellung eines Produktionsprogramms):**
 - Die Aktivitäten eines Jobs dürfen nicht gleichzeitig auf mehreren Maschinen ausgeführt werden
 - Anzahl der Aktivitäten identisch mit der Anzahl der Maschinen: ($A=M$)
 $J = \text{Anzahl der Jobs}$
 $M = \text{Anzahl der Maschinen}$
 $A = \text{Anzahl der einzelnen Aktivitäten innerhalb eines Jobs}$
- RCPSP als beispielhafte Darstellung des Job-Shop Problems



2. Darstellung eines RCPSP

- **Flow Shop Bearbeitung**

- Ex Ante Festlegung: Ein bestimmter Bearbeitungsschritt wird auf einer bestimmten Maschine ausgeführt
- Jeder Auftrag (Job) wird von den Maschinen in der gleichen Reihenfolge bearbeitet
- *Identische Maschinenfolge*
- Eingeschränktes Job Shop Modell



Agenda

1. Grundlegende Definitionen
2. Darstellung eines RCPSP
 - 2.1 Mathematische Darstellung der Grundform
 - 2.2 Durchlaufzeitenbeispiel
3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung
4. Fazit

2. 1 Mathematische Darstellung der Grundform eines RCPSP

Prämissen:

- Jeder Job (Aktivität) kann nur auf eine bestimmte Art und Weise ausgeführt werden
- Die Jobs können nur mit dem Einsatz der Ressourcen vollendet werden

Ressourcenbeschränkungen:

- Fixe Verarbeitungsdauer
- Fixer Kapazitätsverbrauch

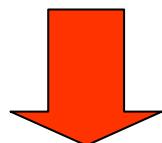
2. 1 Mathematische Darstellung der Grundform eines RCPSP

Vorgehensweise:

1. Schritt: Modellierung von Binärvariablen
2. Schritt: Erarbeitung von Prioritätsregeln
3. Schritt: Aufstellung der Kapazitätsrestriktionen

Bei diesen Modellen wird immer die gleiche Vorgehensweise benutzt

Oberziel des RCPSP



Minimierung der gesamten Durchlaufzeit eines Projektes



2. 1 Mathematische Darstellung der Grundform eines RCPSP

$j = 1, \dots, J$

$j \in P_j$

Festlegung der Anzahl der Jobs

$r = 1, \dots, R$

$r \in R$

Ressourcen

K_{rt}

Menge der gesamt verfügbaren Ressourcen pro Periode

$t = 1, \dots, T$

Zeit: Periode t, T als gesamte Projektdurchlaufzeit (max.)

d_j

Bearbeitungszeit eines Jobs

$x_{jt}, j = 1, \dots, J, t = EF_j, \dots, LF_j,$

$x_{jt} = \begin{cases} 1, & \text{wenn der Job } j \text{ am Ende der Periode } t \text{ beendet ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

Binärvariablen:

EF_j = frühestmögliche Fertigstellungszeit
LF_j = spätestmögliche Fertigstellungszeit

Quelle: Sprecher, Kolisch, Drexel, 1995, S. 96

2. 1 Mathematische Darstellung der Grundform eines RCPSP

- Formale Darstellung der Ressourcenabhängigkeiten

$$(1) \quad \sum_{t=EFj}^{LFj} x_{jt} = 1 \quad j=1, \dots, J \text{ und } t = EF_j, \dots, LF_j$$

$$(2) \quad \sum_{t=EFj}^{LFk} tx_{it} \leq \sum_{t=EFj}^{LFj} (t - d_j) x_{jt} \quad j = 2, \dots, J \text{ und } i \in P_j$$

$$(3) \quad \sum_{j=1}^J k_{jr} \sum_{\tau=t}^{t+d_j-1} x_{jr} \leq K_{rt}$$

$t = 1, \dots, T$
 $k_{jr} = \text{tatsächlich verbrauchte Ressourceneinheiten}$
 $r \in R$

$$(4) \quad x_{jt} \in \{0,1\}$$

Quelle: Sprecher, Kolisch, Drexel, 1995, S. 96



Agenda

1. Grundlegende Definitionen
2. Darstellung eines RCPSP
 - 2.1 Mathematische Darstellung der Grundform
 - 2.2 Durchlaufzeitenbeispiel
3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung
4. Fazit

2.2 Durchlaufzeitenbeispiel

- Darstellung anhand des kritischen Weges in einem einfachen Netzplan
 - Beachtung der Ressourcenbeschränkungen
 - Anzahl der durchführbaren Arbeitsschritte
 - Gesamtmenge der verfügbaren Kapazitäten

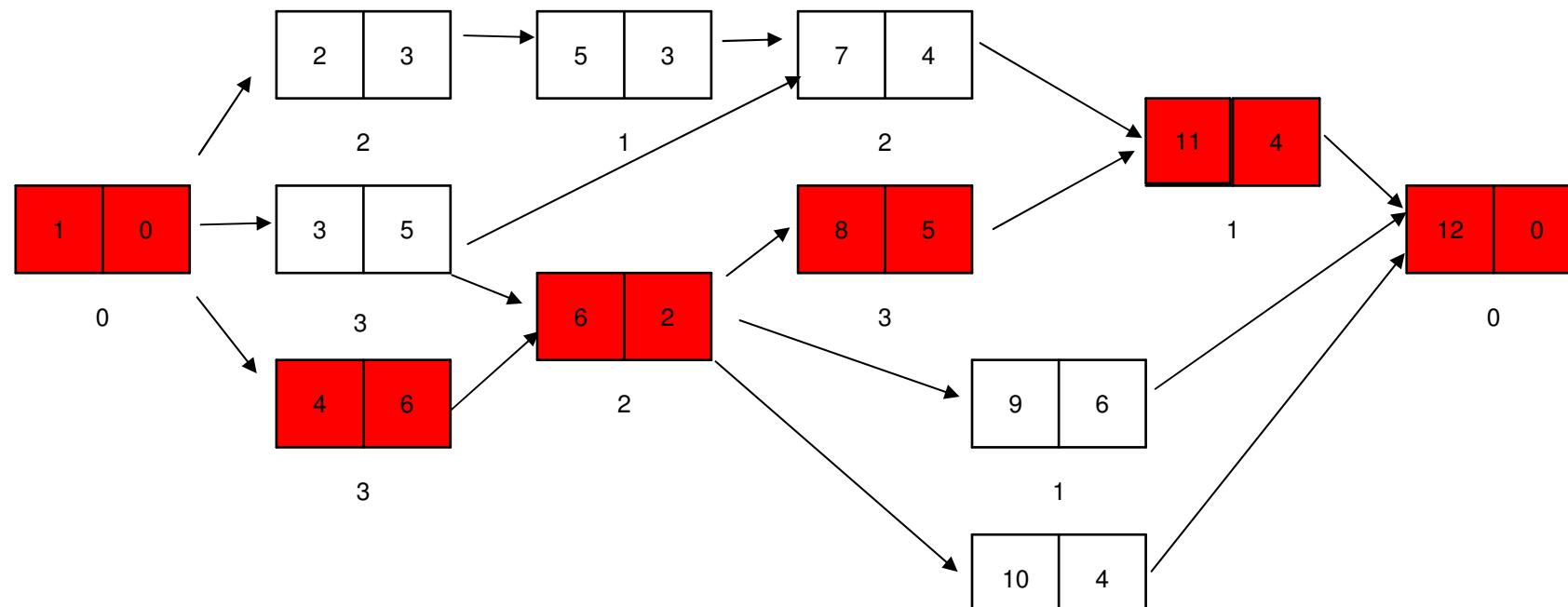
$j=1, \dots, J$ Anzahl der Bearbeitungsschritte (Jobs)

$z_j = 1, \dots, Z$ Bearbeitungszeit eines einzelnen Jobs

$r_{j1} = 1, \dots, R$ Menge der verwendeten Ressourcen

j	z_j
r_{j1}	

2.2 Durchlaufzeitenbeispiel



Kritischer Weg: 17 Zeiteinheiten

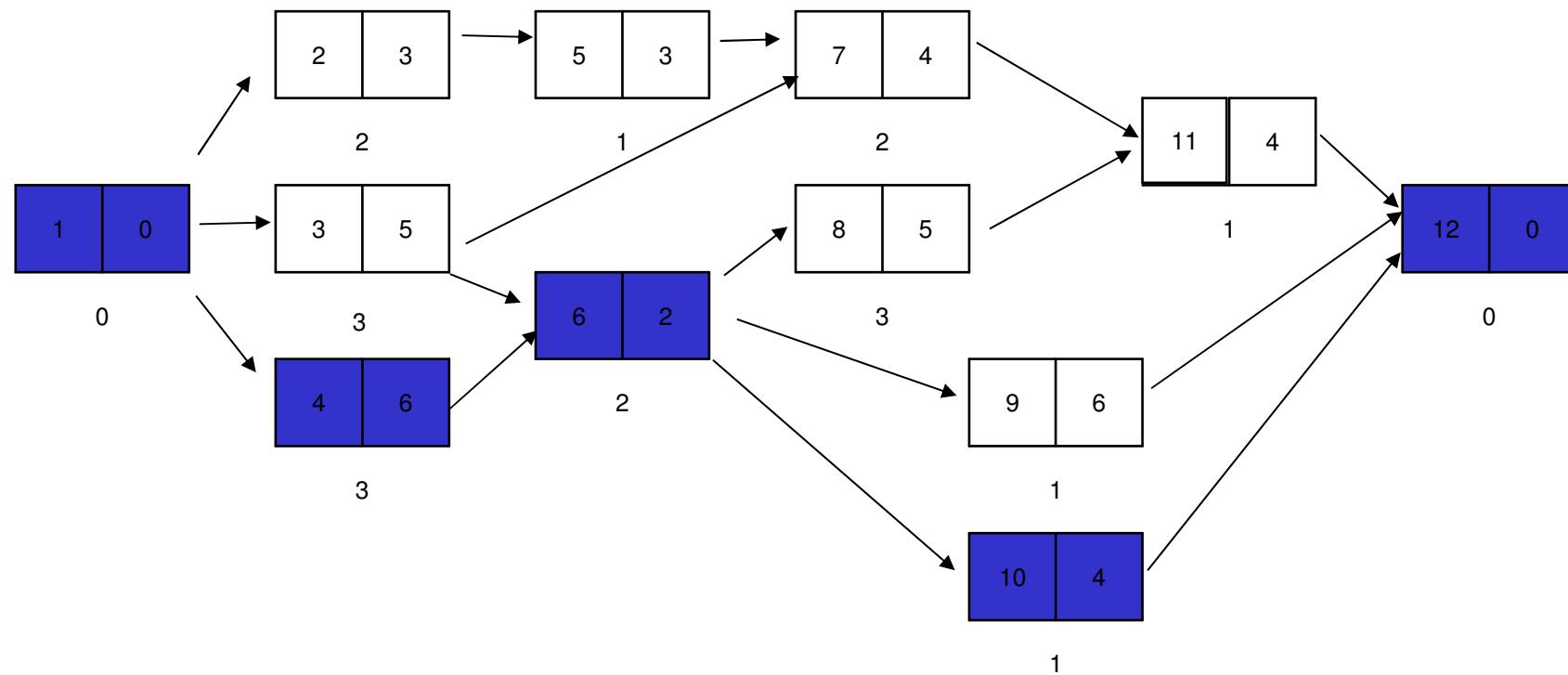
Quelle: Klein, 2000, S. 115



2.2 Durchlaufzeitenbeispiel

- Variante 1:
 - 1 – 2 – 5 – 7 – 11 – 12
 - DLZ: 14 ZE
 - Variante 2:
 - 1 – 3 – 7 – 11 – 12
 - DLZ: 13 ZE
 - Variante 3:
 - 1 – 4 – 6 – 9 – 12
 - DLZ: 14 ZE
 - Variante 4:
 - 1 – 4 – 6 – 10 – 12
 - DLZ: 12 ZE
-

2.2 Durchlaufzeitenbeispiel



Kürzeste DLZ: 12 ZE

Quelle: Klein, 2000, S. 115



Agenda

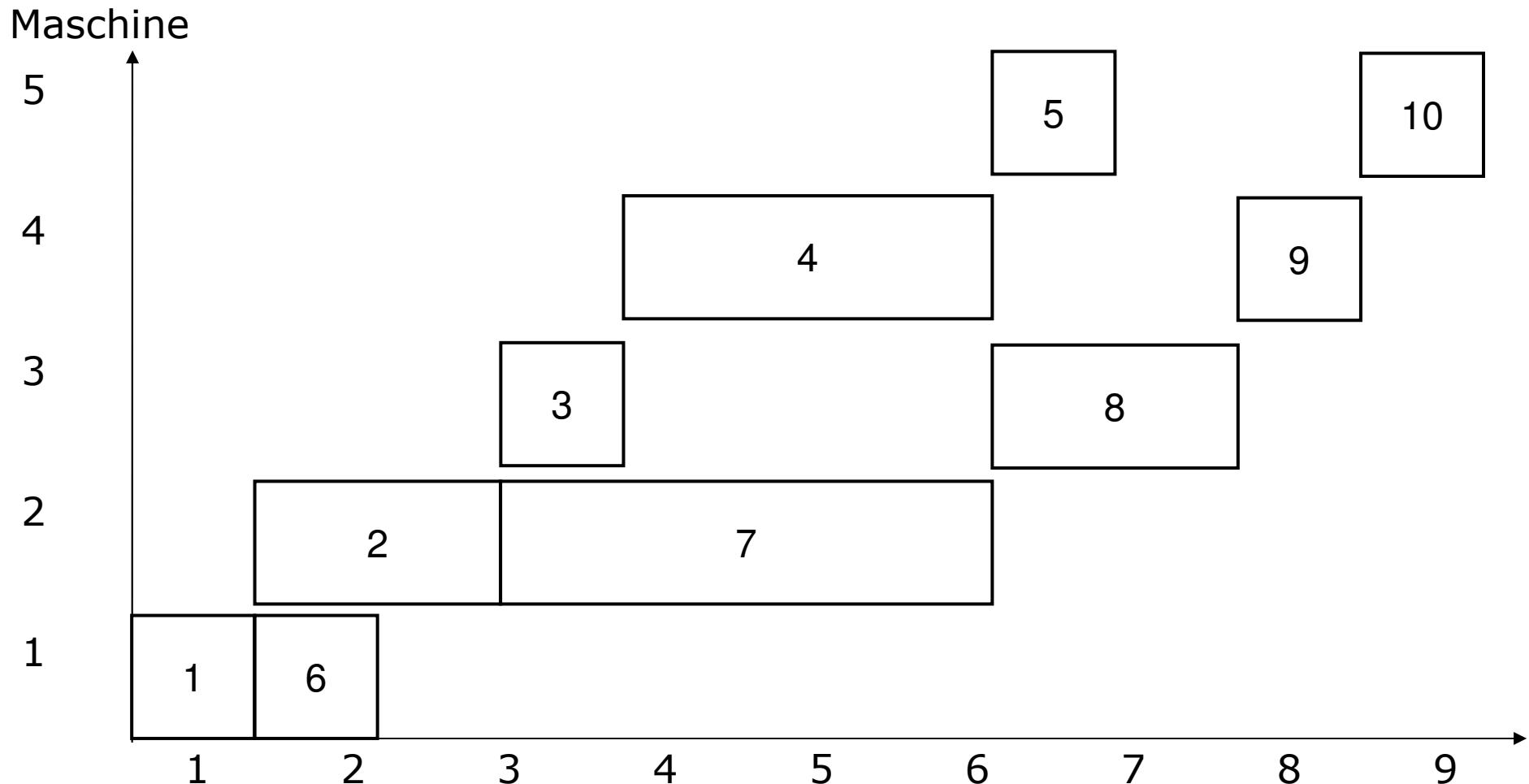
1. Grundlegende Definitionen
2. Darstellung eines RCPSP
 - 2.1 Mathematische Darstellung der Grundform
 - 2.2 Durchlaufzeitenbeispiel
3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung
4. Fazit

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

- **Zeitplanung**
 - Sinnvolle Ablaufplanung
 - Engpassvermeidung
 - Kostenaspekt

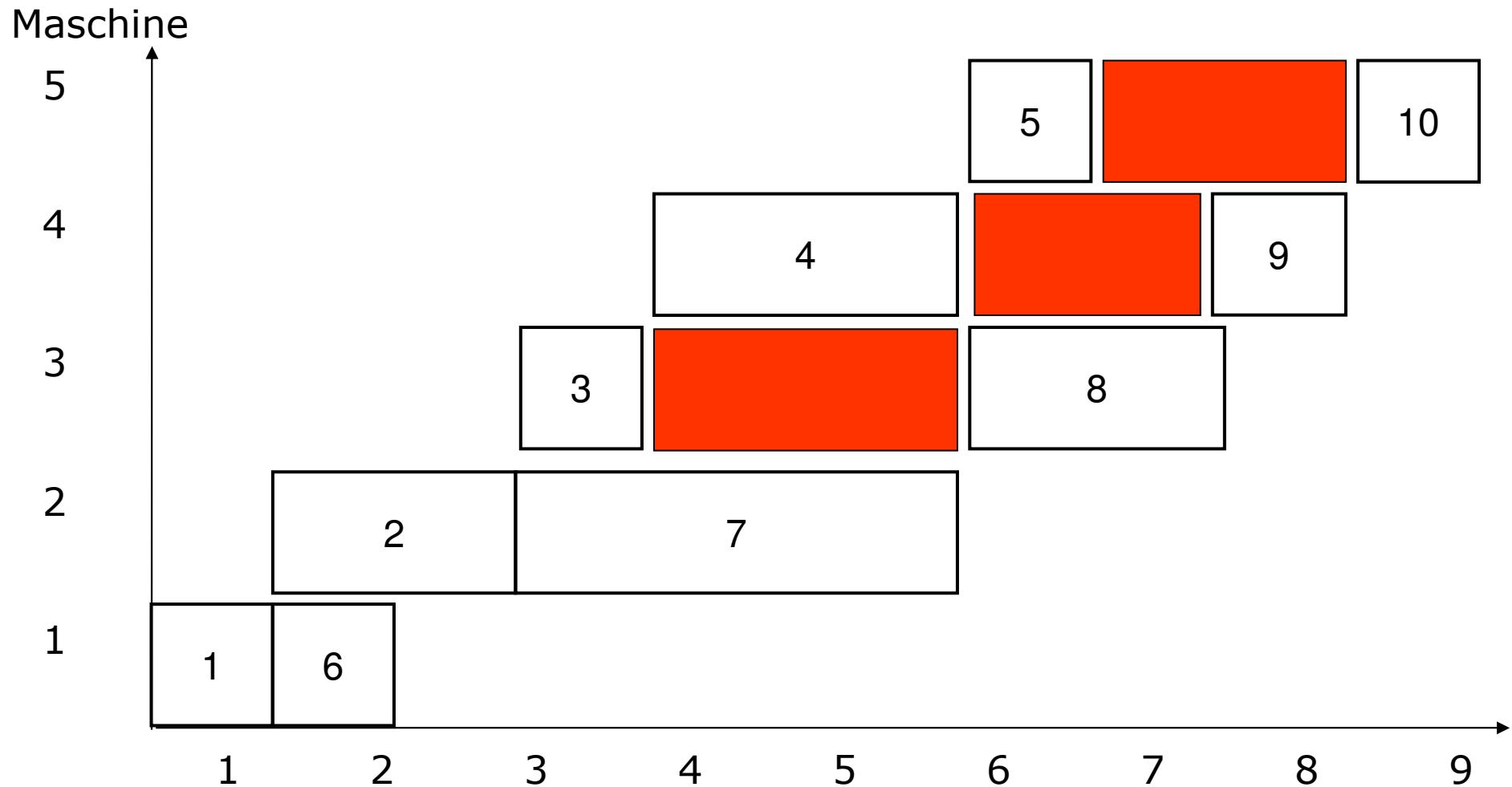
- **Kapazitätsplanung**
 - Sinnvolle Verwendung des Ressourcen-Einsatzes
 - Möglichst hohe Anzahl simultan zu bearbeitender Aufträge
 - Kostenaspekt

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung



Quelle: In Anlehnung an Witt, 2004, S. 8 Bearbeitungszeit in Stunden

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

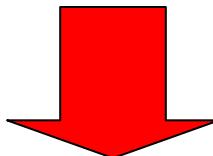


Quelle: In Anlehnung an Witt, 2004, S. 8 Bearbeitungszeit in Stunden

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

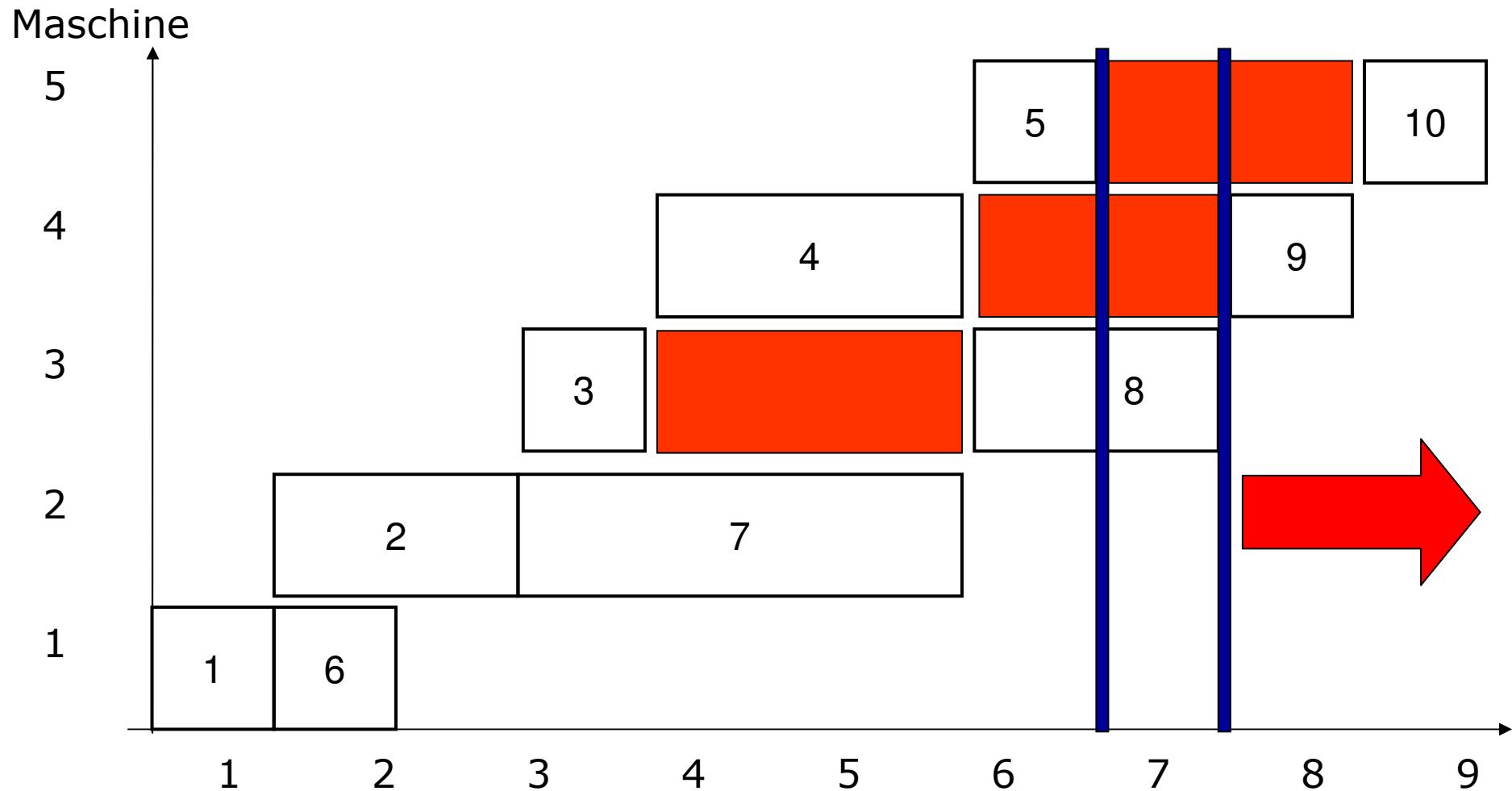
- **Deadline Problem**

- Zeitvorgabe: 6 Stunden (Deadline)
- Beim ersten Durchgang eingehalten
- Beim zweiten Durchgang 8 Stunden



Deadline überschritten

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung



Quelle: In Anlehnung an Witt, 2004, S. 8 Bearbeitungszeit in Stunden



3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

● Budgetproblem

- Ressourcenkapazität fast ausgeschöpft, aber Produktionsprogramm noch nicht fertig gestellt
- Dadurch verlängerte Durchlaufzeit -> steigende Kosten -> Budget wird überschritten -> mehr Ressourcen müssen verwendet werden
- Bsp.:
 - Berechnungsfehler bei Ressourcenverbrauch
 - Engpass durch fehlerhaften Durchlauf
 - Zeitaufwand durch Ressourceneubebeschaffung
 - Mehrverbrauch von Ressourcen

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

Minimierung der Durchlaufzeit durch:

Andere Bearbeitungsreihenfolge der Aktivitäten kann evtl. eine Verkürzung der Durchlaufzeit bewirken:

Wenn: Verkürzung der Durchlaufzeit > MZ - TZ

→ *Lösung des Deadline Problems*

- *Funktioniert allerdings nur, wenn nur ein Job ansteht*

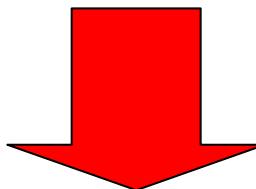


Für das RCPSP also nicht anzuwenden

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

Lösungsmethoden eines ressourcenabhängigen Projektes:

- Standardlösungsmethoden (MPM/CPM)
 - Verfahren der Netzplantechnik
 - Ermittlung der minimalen Durchlaufzeit bei Projekten mit mehreren Teilaufgaben



Können aufgrund der Ressourcenbeschränkungen nicht zur Lösung eines RCPSP angewandt werden

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

- Erweiterung des Single Mode RCPSP um mehrere Ressourcenbeschränkungen
- Multi Mode RCPSP als eine Verkomplizierung des Problems, aber realistischere Darstellung
- Man verknüpft einen Modus $m = 1, \dots, M$ mit einer individuellen Bearbeitungsdauer d_{jm} und dem spezifischen Kapazitätsverbrauch k_{jmr} einer bestimmten Ressource r
- Jeder Job muss zunächst die Benutzung der begonnen Ressource abschließen, ein Wechsel zwischen den Abläufen ist nicht mehr möglich

- Problematik des RCPSP: Lösung auch mit Großrechnern nicht mehr möglich (*zu hoher Zeitaufwand*)

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

- Alternative Lösungsvorschläge: Heuristiken
 - Eröffnungsheuristiken
 - Generierung einer neuartigen Eröffnungslösung
 - Meta Heuristiken
 - Greifen dann die generierte Eröffnungslösung auf



Tabu-Search- Ansatz

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

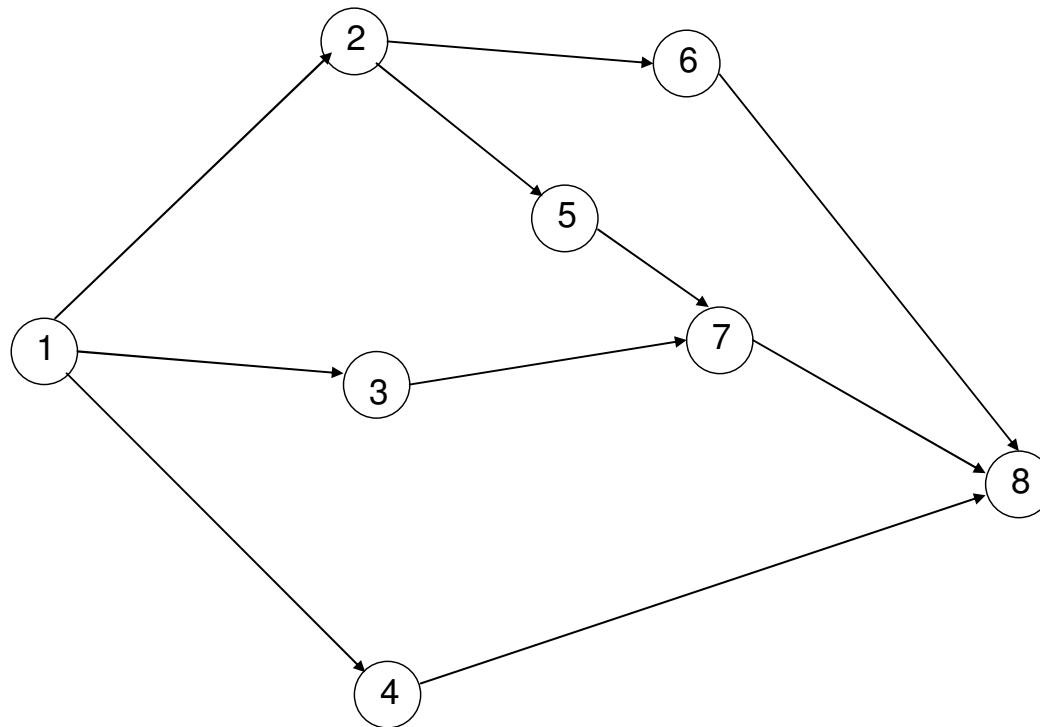
Lösung des MRCPS durch Branch and Bound Algorithmus

- Aufstellung von Prioritätsregeln
- Ermittlung eines optimalen Zielfunktionswerts
(Abbruchkriterium)
 - Einschränkung der verfügbaren Lösungen auf die nach den Kriterien zulässigen Möglichkeiten

Vorgehensweise:

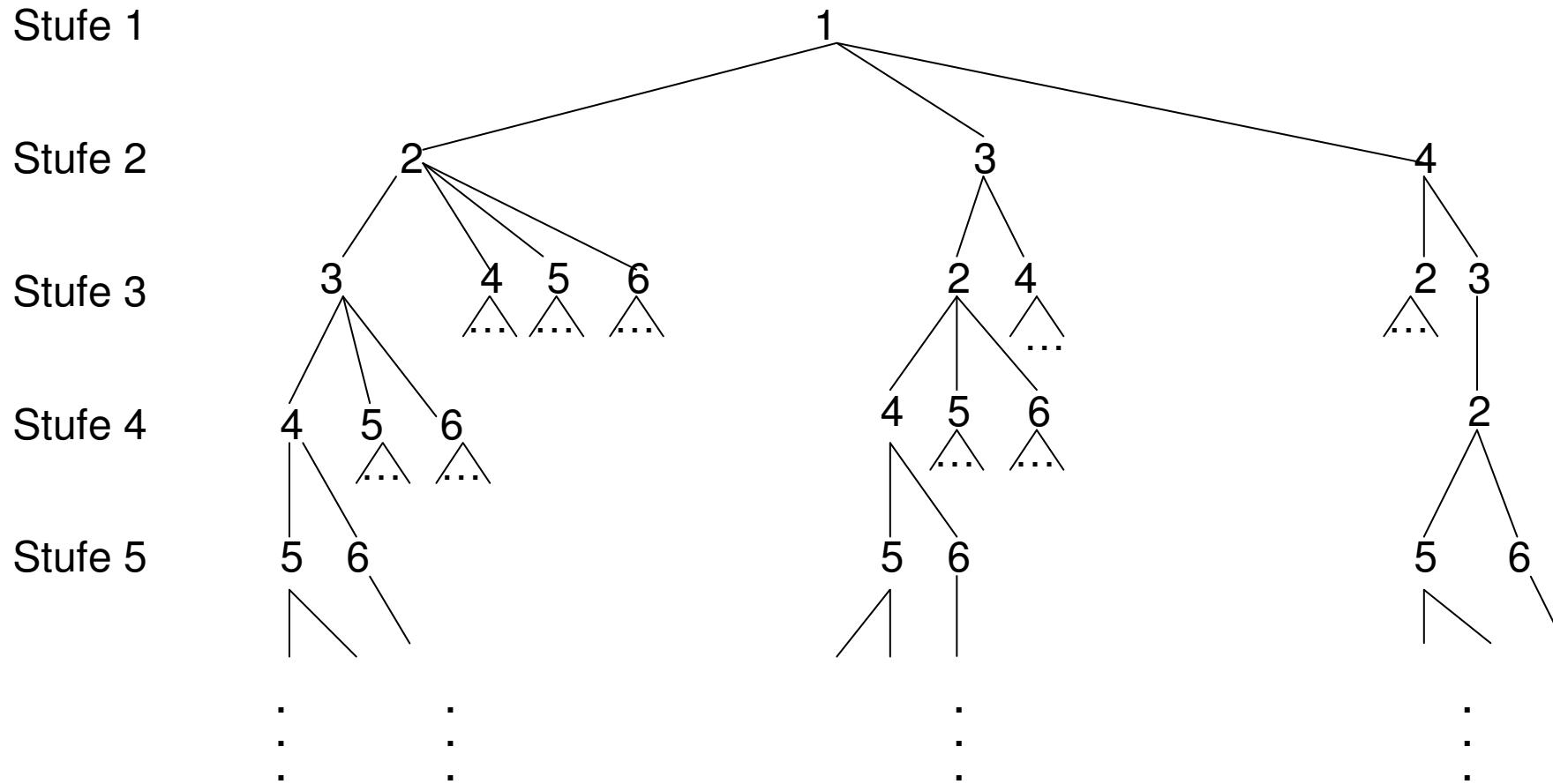
- Erstellung eines Precedence Trees (Prioritäten)
- Aufspaltung in Subprobleme zur besseren Lösbarkeit

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung



Quelle: Schematischer Ablauf Maschinenbelegung in Anlehnung an Sprecher, 1994, S.35

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung



Quelle: Precedence Tree in Anlehnung an Sprecher, 1994, S.36

3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung

- Precedence Tree soll darstellen, dass eine Aktivität erst starten darf, sobald die vorhergehende beendet ist => keine Parallelbearbeitung
- Erstellung von Prioritätsregeln zur Lösung des MRCPSP auf Basis des Precedence Trees
- Erarbeitung eines individuellen Algorithmus für die jeweilige Problemstellung durch Kombination von Prioritätsregeln mit den generierten Lösungen

Problembeachtung:

Kombination verschiedener Prioritätsregeln miteinander, um der im Zeitablauf suboptimal werdenden Auswahlmenge der zur Verfügung stehenden Jobs entgegen zu wirken



Agenda

1. Grundlegende Definitionen
2. Darstellung eines RCPSP
 - 2.1 Mathematische Darstellung der Grundform
 - 2.2 Durchlaufzeitenbeispiel
3. Das RCPSP in der Zeit- und Kapazitätsplanung
4. Fazit



4. Fazit

- Ressourcenabhängigkeit als Hauptproblem
- Problembetrachtung anhand mathematischer Modelle
- Minimierung der Durchlaufzeit unter Beachtung der Ressourcenbeschränkungen als Oberziel
- Zielerreichung durch heuristische Lösungsverfahren
- Lösung des MRCPSP durch einen Branch and Bound Algorithmus



Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit.