1.2. Bestimmen Sie in allgemeiner Form den Zeitpunkt, bei dem die Umsatzkurve der Lebenszyklusfunktion ihr Maximum annimmt. Der Nachweis, dass es sich bei dem ermittelten Optimum tatsächlich um ein Maximum handelt, muss nicht erbracht werden. Gehen Sie dabei von folgender Gleichung aus.

Lebenszyklusfunktion: $P(t) = a \cdot t^{b} \cdot e^{-c \cdot t} + u_t$

1.2.1 Erläutern Sie zunächst die Ausgangsgleichung gemäß der vorliegenden Tabelle

1.2.2 Leiten Sie abschließend das Optimum der Lebenszyklusfunktion auf mathematischem Weg her, wobei die einzelnen Schritte der Berechnung explizit aufgeschrieben werden sollen. Erläutern Sie *kurz* Ihr Vorgehen und gehen Sie dabei insbesondere auf die Übergänge der Berechnungsschritte ein.

1. Benennung und Klassifizierung

	Bezeichnung	Klassifizierung (Variable, Parameter)
a		
b		
c		
e		
P		
t		
u_t		

2. Bedeutung für Verlauf der Funktion

at^{b}	
e^{-ct}	

3. Wie wird „a“ – ausgehend von der Ausgangsgleichung – bestimmt?
(Vorgehen erläutern – nicht ausrechnen!)

Aufgabe 2 Lebenszyklus

Der Vorstand der Nost & Radamus AG ist äußerst unzufrieden mit der bisherigen hohen Ungenauigkeit ihrer langfristigen Absatzprognosen. Um die Prognosegüte zu verbessern, wird zunächst über den Einsatz des Produktlebenszykluskonzepts nachgedacht.

2.1 Stellen Sie den idealtypischen Verlauf eines Produktlebenszyklus grafisch dar. Beschreiben Sie <u>kurz</u> die einzelnen Phasen und gehen Sie dabei insbesondere auf die Ermittlung der Phasenübergänge ein. Skizzieren Sie dafür auch den typischen Verlauf der Grenzumsatz- und Gewinnfunktion.

2.2 Das Unternehmen entscheidet sich für den Einsatz der folgenden allgemeinen Lebenszyklusfunktion (1) $P(t) = a \cdot t^b \cdot e^{-c \cdot t} + u_t$.

Im Gespräch waren jedoch auch die Funktionen (2) $P(t) = a \cdot t^b \cdot e^{-c \cdot t + u_t}$ und (3) $P(t) = a \cdot \left[1 - (1 - r)^t\right] + u_t$ mit $0 < r < 1$.

Erläutern Sie die unterschiedlichen Prämissen, die den Funktionen (2) und (3) im Vergleich zur Funktion (1) zugrunde liegen und in wie weit sie mit dem Lebenszykluskonzept vereinbar sind.

2.3 Durch eine Regressionsanalyse nach der Methode der kleinsten Quadrate wurde schließlich folgende Lebenszyklusfunktion ermittelt:

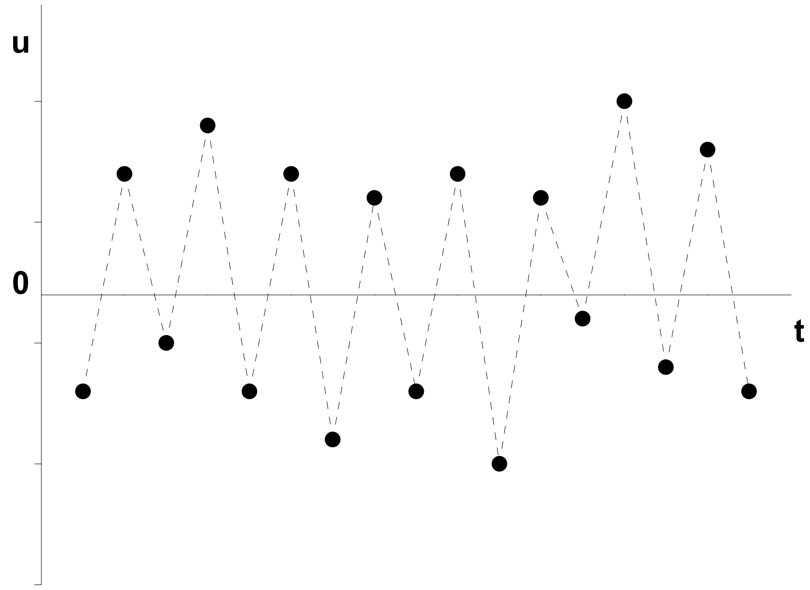
$P(t) = 2{,}5 \cdot t^{6{,}8} \cdot e^{-0{,}2 \cdot t}$

Bestimmen Sie die Produktionsmenge zu Beginn der Sättigungsphase für $\delta = 2.000.000$ mit $e = 2{,}71828$.

Wie hoch ist die Produktionsmenge dann am Ende der Sättigungsphase?

(Hinweis: Notwendige Herleitungen <u>nicht</u> allgemein, sondern mit den konkreten Zahlenwerten angeben.)

2.4 Eine anschließende Analyse der Residuen ergab folgendes Diagramm:



Welche Schlussfolgerung ziehen Sie aus dem Schaubild und welche Auswirkungen ergeben sich daraus im Hinblick auf die Anwendbarkeit der Lebenszyklusfunktion? Geben Sie darüber hinaus an, mit welchem Gütemaß der dargestellte Zusammenhang gemessen wird.