

# **Seminar zur Industriebetriebslehre II**

## **Distributionsplanung auf Grundlage des Warehouse Location-Problems**

Patrick Heinsen

Tobias Kalischer

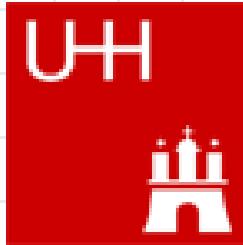
Mark Waldschmidt





## Aufbau des Vortrags

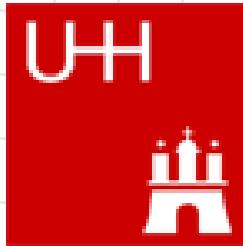
- 1. Einführung
  - Mark Waldschmidt
- 2. Das Warehouse Location-Problem (WLP)
  - Mark Waldschmidt
- 3. Lösungsansätze für das WLP
  - Patrick Heinsen
- 4. Das Verfahren von Erlenkotter ( Theorie und Anwendung )
  - Tobias Kalischer, Patrick Heinsen



## 1. Einführung

### ■ 1. Einführung:

- 1.1. Einführung in die Distributionslogistik und –planung:
  - Definition
  - Aufgaben/ Zielsetzungen
  - Entscheidungsprobleme
  - Kostenstruktur
- 1.2. Einführung in die Standortplanung:
  - Definition
  - Systematisierung/ SCPM
  - Anlässe
  - Standortfaktoren



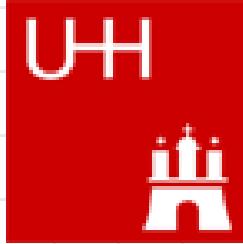
## Definition

### ■ Logistik:

- Planung und Steuerung von Güter-, Personen-, Kapital-, und Informationsströmen
- 4r-Regel: richtiges Produkt, im richtigen Zustand, zur richtigen Zeit, am richtigen Ort zu den dafür minimalen Kosten
- Material- bzw. Beschaffungs-, Produktions- und **Distributionslogistik**

### ■ Distributionslogistik:

- Alle Aktivitäten, die in einem Zusammenhang mit der Belieferung des Kunden mit Fertigfabrikaten und Handelsware stehen



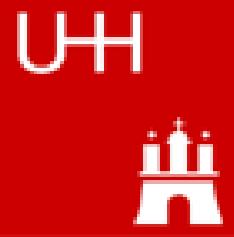
## Aufgaben/ Zielsetzungen

### ■ Aufgaben:

- Akquisitorische Aufgabe:
  - Nominal- und Informationsströme
  
- Physische Distribution:
  - Realgüterströme
  - TUL-Leistungen

### ■ Zielsetzungen:

- Kostenminimierung:
  - (Beachtung eines vorgegebenen Lieferservices)
  
- Lieferservicemaximierung:
  - (Einhaltung eines vorgegebenen Kostenbudgets)



## Entscheidungsprobleme

- Räumliche Gestaltung des Distributionsnetzes
- Zuordnung der Lager zu Produktionsstätten (Werken), die Abgrenzung von Liefergebieten der Lager, Entscheidungen bzgl. der Durchführung direkter oder indirekter Belieferung sowie bzgl. Eigenbetrieb, Anmieten oder Fremdbezug von Lagerkapazität
- Gestaltung des Transportsystems
- Entscheidung hinsichtlich der Bestandsstrategie und der Art der Lagerbevorratung
- Gestaltung von Verpackung und Transport
- Interdependenzen, Inhomogenitäten und Komplexität
- Zeitliche Dekomposition in strategische, taktische und operative Aufgaben

### ■ Zentralisierung:

- Gegenläufige Entwicklung von Lager- und Transportkosten

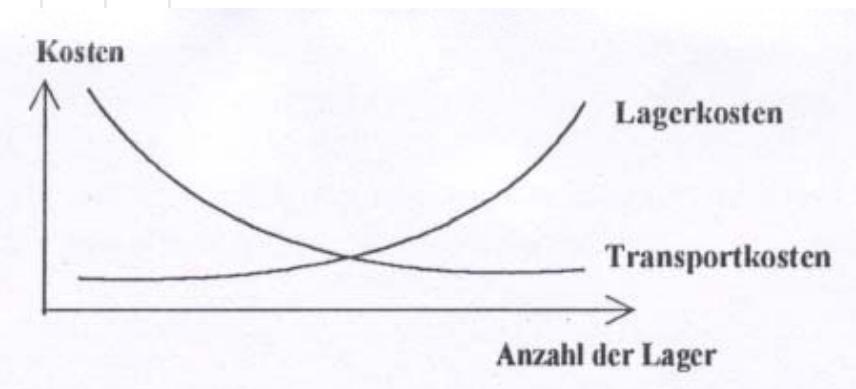
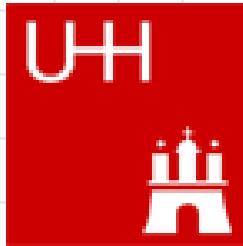


Abbildung 1.1.1.: Distributionskosten

Quelle: Vahrenkamp, R., Produktions- und Logistikmanagement, 1996, Seite 283

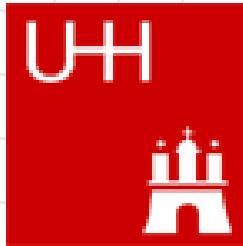
- Weitere Größendegressionseffekte (economies of scale)
- Weitere Negative Effekte



## 1. Einführung

### ■ 1. Einführung:

- 1.1. Einführung in die Distributionslogistik und –planung:
  - Definition
  - Aufgaben/ Zielsetzungen
  - Entscheidungsprobleme
  - Kostenstruktur
- 1.2. Einführung in die Standortplanung:
  - Definition/ Systematisierung
  - Supply Chain Planning Matrix
  - Anlässe
  - Standortfaktoren



## Definition/ Systematisierung

- „Geografischen Ort, an dem der Industriebetrieb Güter erstellt oder verwertet“
  - Strategische Planung:
    - Langfristige Entscheidung
    - Nur unter Aufwendung von erheblichen Kosten korrigierbar
  - Möglichkeit der Standortspaltung
- Systematisierung:
  - Volkswirtschaftliche Standorthierien
  - Betriebliche Standortplanung
  - Innerbetriebliche Standortplanung oder Layoutplanung



## Supply Chain Planning Matrix

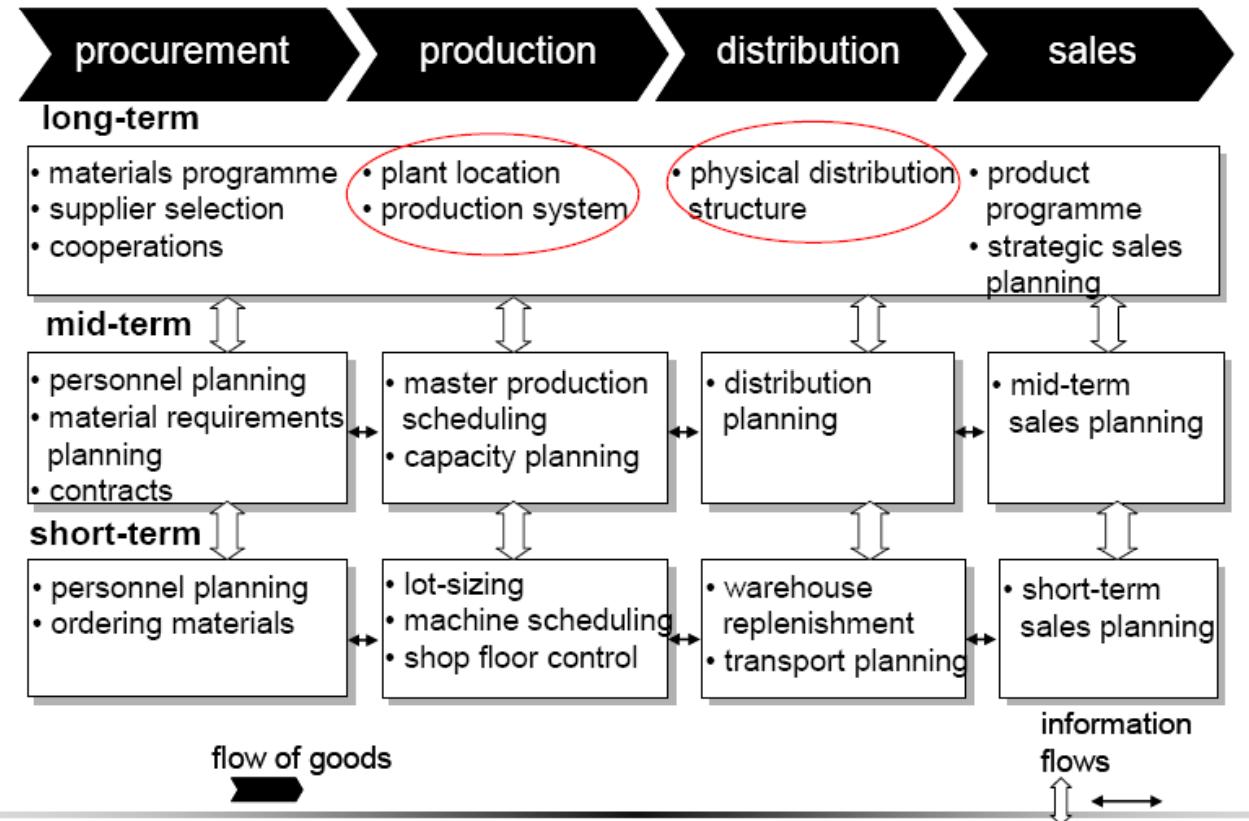
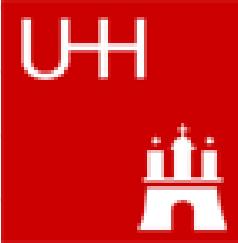


Abbildung 1.2.1.: Supply Chain Planning Matrix

Quelle: Stadtler, H., Skript Distributionslogistik, 2007, Kapitel 5, Seite 3



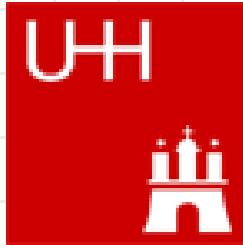
## Anlässe

- Neugründung eines Unternehmens:
  - Komplexeste Planungssituation
  - Abhängigkeiten zur Beschaffungsprogramm-, Produktionsprogramm- und Absatzprogrammplanung
- Vorhandensein eines Kapazitätsbedarfs:
  - Befriedigung der Kundennachfrage
- Vorhandensein eines Kapazitätsüberschusses:
  - Kapazitätsüberschüsse verursachen unnötige Kosten
- Unternehmensinterne oder –externe Standortunzugänglichkeiten:
  - z.B. durch die Änderung von wirtschaftlichen Rahmenbedingungen



## Standortfaktoren

- Betriebsinterne (produktionsbedingte) und externe (marktbedingte) Anforderungen berücksichtigen
  - langfristiger Unternehmenserfolg
  - geringe Flexibilität und Reversibilität der Entscheidung
  - Konkurrenzfähigkeit des Unternehmens
- Quantitativen Standortfaktoren: Der Einfluss auf den Unternehmenserfolg kann direkt gemessen werden
- Qualitativen Standortfaktoren: Auswirkungen müssen durch die Planungs- und Entscheidungsträger subjektiv geschätzt werden
- Gegebenheiten der internationalen Distribution (Globalisierung)



## 2. Das Warehouse Location-Problem

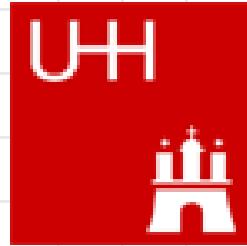
### ■ 2. Das Warehouse Location-Problem:

- Charakteristika
- Distributionsnetz
- Das einstufige, unkapazitierte Warehouse Location-Problem
- Erweiterungen



## Charakteristika

- Ausprägung der folgenden Charakteristika determiniert sowohl den Modelltyp als auch den Modellumfang:
  - Anzahl der betrachteten Produkte (Einproduktfall vs. Mehrproduktfall)
  - Anzahl der berücksichtigten Distributionsstufen (einstufig vs. mehrstufig)
  - Bestimmtheitsmaß der Entscheidungsvariablen und der Modellparameter (deterministisch vs. stochastisch)
  - Annahme über die Lage der potentiellen Standorte (kontinuierlich vs. diskret)
  - Annahme über die Größe der potentiellen Standorte (unkapazitiert vs. kapazitiert)
  - Annahmen hinsichtlich der Zielsetzungen (Einfachzielsetzung vs. Mehrfachzielsetzung)



## Das einstufige unkapazitierte WLP: Symbolverzeichnis

### ■ Indizes:

- $i$  Index der potentiellen Standorte  $i = 1, \dots, m$
- $j$  Index der Kunden  $j = 1, \dots, n$

### ■ Daten:

- $c_{ij}$  Transportkostensatz von Lager  $i$  zu Kunde  $j$
- $f_i$  Fixe Kosten des Lagers  $i$
- $b_j$  Bedarf des Kunden  $j$

### ■ Variablen:

- $y_i$  Binärvariable
  - 1, am potentiellen Standort  $i$  ist ein Lager einzurichten
  - 0, sonst
- $x_{ij}$  Anteil des Bedarfs von Kunde  $j$ , der von Lager  $i$  geliefert wird
  - 1, falls Kunde  $j$  von Lager  $i$  voll beliefert wird
  - 0, falls  $i$  von  $j$  nicht beliefert wird

Produktionsstätte

pot. Lagerstandorte

Kunden

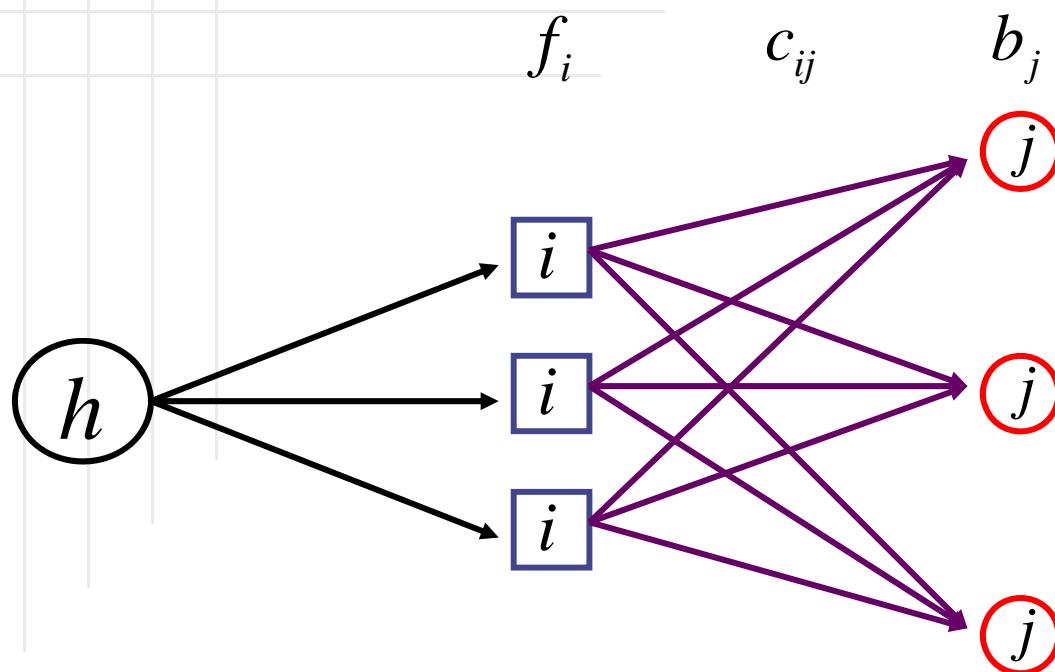
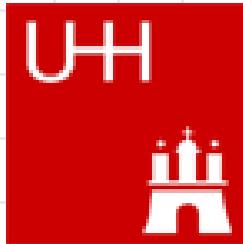


Abbildung 2.1.: Distributionsnetz

Quelle: Eigene Darstellung



## Das einstufige unkapazitierte WLP

### ■ Zielfunktion:

- Minimiere

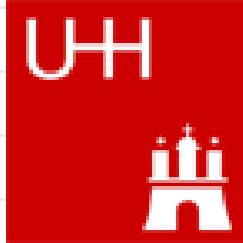
$$F(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} b_j x_{ij} + \sum_{i=1}^m f_i y_i$$

Variable Transportkosten

Fixe Lagerkosten  
-Lagereinrichtungskosten  
-Lagerhaltungskosten

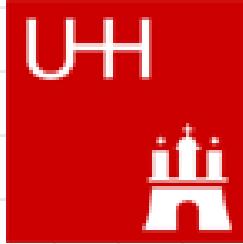
- Nebenbedingungen:

- $x_{ij} \leq y_i$  für  $i = 1, \dots, m$  und  $j = 1, \dots, n$
- $\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1$  für  $j = 1, \dots, n$
- $y_i \in \{0,1\}$  für  $i = 1, \dots, m$
- $x_{ij} \geq 0$  für alle  $i$  und  $j$



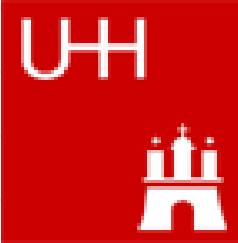
## Erweiterungen

- Wichtige Erweiterungen:
  - Kapazität
  - Mehrstufigkeit
  - Transportmodi
  - Single-Sourcing
  - Nichtlineare Transportkosten



## 3. Lösungsansätze für das WLP

- 3. Lösungsansätze für das WLP
  - Allgemeiner Vergleich von exakten und heuristischen Verfahren
  - Exakte Verfahren am Beispiel von Branch-and-Bound



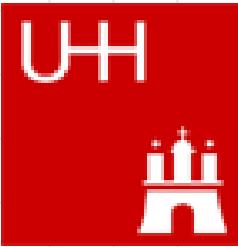
## Exakte vs. Heuristische Verfahren

|                                     | exakt   | heuristisch                     |
|-------------------------------------|---|---------------------------------|
| <b>Güte der Lösung</b>              | Optimale Lösung nach endlich vielen Schritten | Gute, sog. Suboptimale Lösungen |
| <b>Anpassung an Problemstellung</b> | Gering, da meist Standardverfahren            | Hoch                            |
| <b>Planungsaufwand</b>              | Hoch  | Gering                          |
| <b>Programmierung</b>               | Kompliziert                                   | Simpel                          |
| <b>Rechenzeiten</b>                 | Hoch  | Gering                          |

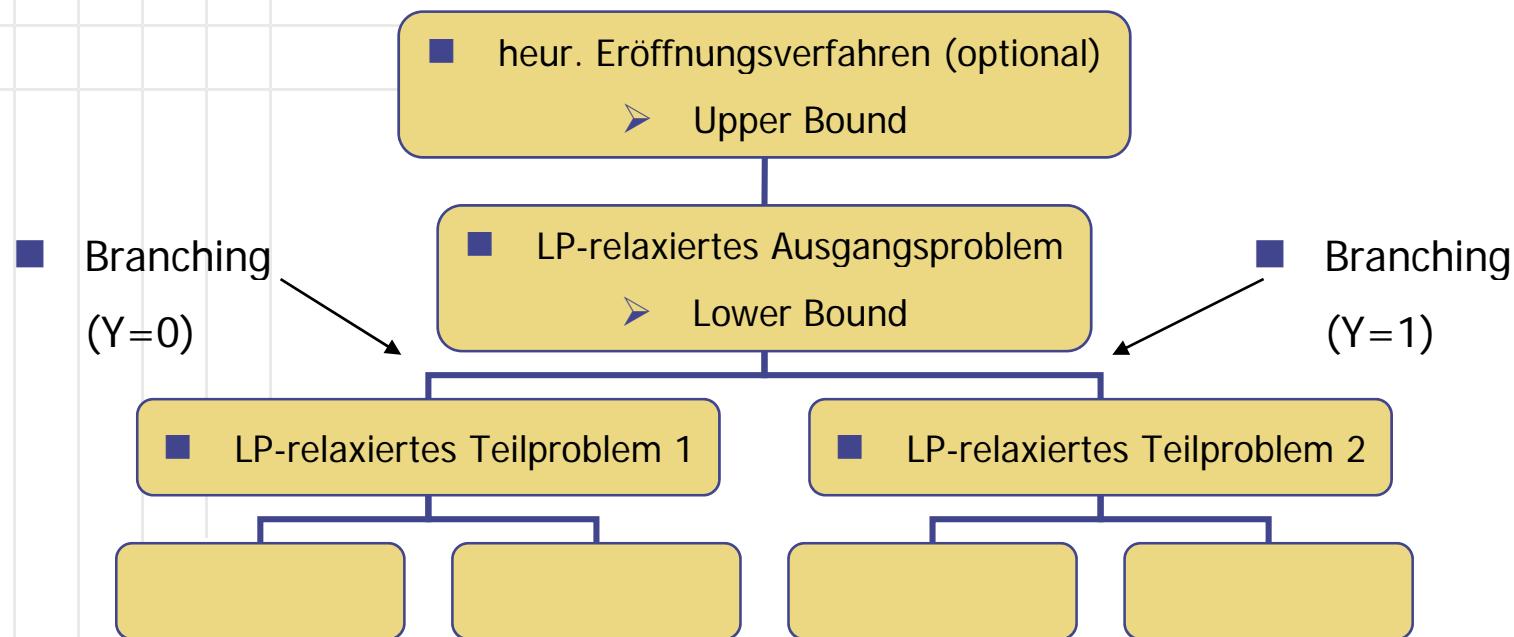


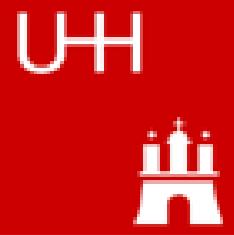
## Exakte Verfahren am Beispiel Branch-and-Bound

- WLPe können u.a. mit einer Vielzahl von sog. Branch-and-Bound-Verfahren exakt gelöst werden
- „Branch“: Idee des Verzweigens der Probleme in Teilprobleme
- „Bound“: Ermittlung von Schranken und das Ausloten von (Teil-)Problemen



## Entscheidungsbaum





## Allgemeiner Aufbau von Branch-and-Bound-Verfahren (Minimierungsproblem)

### 1) Ausgangslösung (optional):

- Ziel: Rechenzeit und Speicherplatz unserer Lösung einschränken
- Erste zulässige Lösung durch Anwendung eines heuristischen Eröffnungsverfahrens -> Erster Upper Bound (UB) bzw. obere Schranke des Zielfunktionswertes
- Alternativ startet man mit  $UB = \infty$

### 2) Bilden und Lösen von Relaxationen:

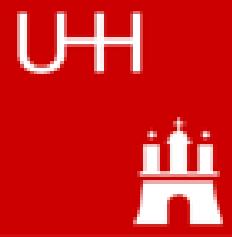
- Unser gemischt-ganzzahliges Optimierungsproblem auf Anhieb nicht effizient zu lösen
- Bilden und Lösen von sog. Relaxationen (Lockierung oder Wegfall von Nebenbedingungen) des Ausgangsproblems und der Teilprobleme -> Lower Bound (LB) bzw. untere Schranke des Zielfunktionswertes



## Allgemeiner Aufbau von Branch-and-Bound-Verfahren (Minimierungsproblem)

### 3) Verzweigung in Teilprobleme:

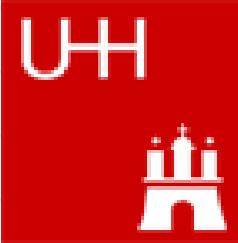
- Jedes zu verzweigende Problem wird in genau zwei Teilprobleme zerlegt
- Eine noch unfixierte Variable wird einmal zu 0 und einmal zu 1 fixiert
- Lösungsmenge des Problems zerfällt in zwei disjunkte Teilmengen



## Allgemeiner Aufbau von Branch-and-Bound-Verfahren (Minimierungsproblem)

### 4) Ausloten von Problemen:

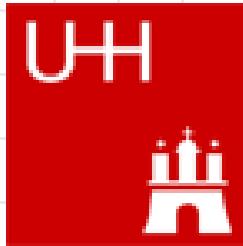
- Ob ein (Teil-) Problem weiter verzweigt werden muss, hängt davon ab, ob es als ausgelotet gilt
- Ein Problem heißt ausgelotet, wenn
  - $LB \geq UB$ , d.h. die optimale Lösung des relaxierten Teilproblems besitzt keinen niedrigeren Zielfunktionswert als die aktuell beste zulässige Lösung
  - $LB < UB$  und die optimale Lösung des relaxierten Problems ist zulässig, d.h. man hat eine neue bisher beste Lösung des Problems gefunden und setzt  $UB := LB$
  - Das relaxierte Teilproblem besitzt keine zulässige Lösung
- Ausgelotete Probleme werden nicht weiter verzweigt



## Allgemeiner Aufbau von Branch-and-Bound-Verfahren (Minimierungsproblem)

### 5) Die Kandidatenliste:

- Probleme, die noch nicht ausgelotet wurden
- Probleme, die teilweise, aber noch nicht vollständig verzweigt wurden
- In welcher Reihenfolge die Probleme aus der Kandidatenliste abgearbeitet werden, wird durch die sog. Traversierungsregel festgelegt



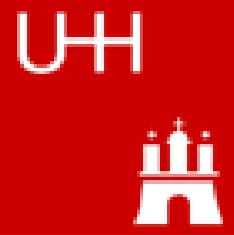
## Traversierungsregeln

- Minimal-Lower-Bound-Regel (MLB-Regel):
  - Problem mit dem kleinsten Lower Bound wird zuerst ausgewählt
  - In die Breite gerichtete Suche d.h. es werden mehrere Zweige des Lösungsbaumes parallel bearbeitet
- Last-In-First-Out-Regel (LIFO-Regel):
  - Problem, welches zuletzt in die Kandidatenliste aufgenommen wurde, wird zuerst ausgewählt
  - Tiefensuche d.h. nur ein Zweig des Entscheidungsbaumes wird bearbeitet



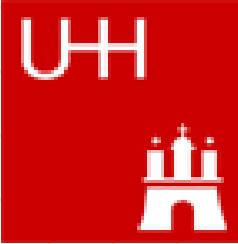
## 4. Das Verfahren von Erlenkotter (Theorie und Anwendung)

- 4. Das Verfahren von Erlenkotter (Theorie und Anwendung)
  - Übersicht des Verfahrens von Erlenkotter
  - Problemstellung des Anwendungsbeispiels
  - LP-Relaxation
  - Bildung und Lösung des dualen Problems
  - Bildung und Lösung des ganzzahligen Problems
  - Ergebnis



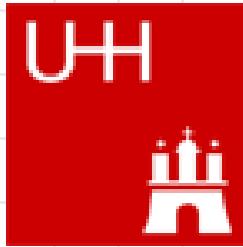
## Übersicht des Verfahrens von Erlenkotter

- Basierend auf der disaggregierten Formulierung des WLPs entwickelte Erlenkotter (1978) ein Lösungsverfahren für unkapazitierte, einstufige WLPe:
  - Kein heur. Eröffnungsverfahren, Start mit  $UB = \infty$
  - Bildung der sog. LP-Relaxation des Ausgangsproblems
  - Bildung des dualen Problems der Relaxation
  - Lösung des dualen Problems mit Hilfe der sog. Dual Ascent-Methode
  - Bestimmung einer ganzzahligen Lösung des Ausgangsproblems
  - Evtl. Einsatz der sog. Dual Adjustment-Methode um die Lösung zu verbessern
  - Sollte keine Optimalität der Lösung vorliegen -> Verzweigung des Ausgangsproblems in Teilprobleme, wobei bei Erlenkotter als Traversierungsregel die LIFO-Regel Anwendung findet

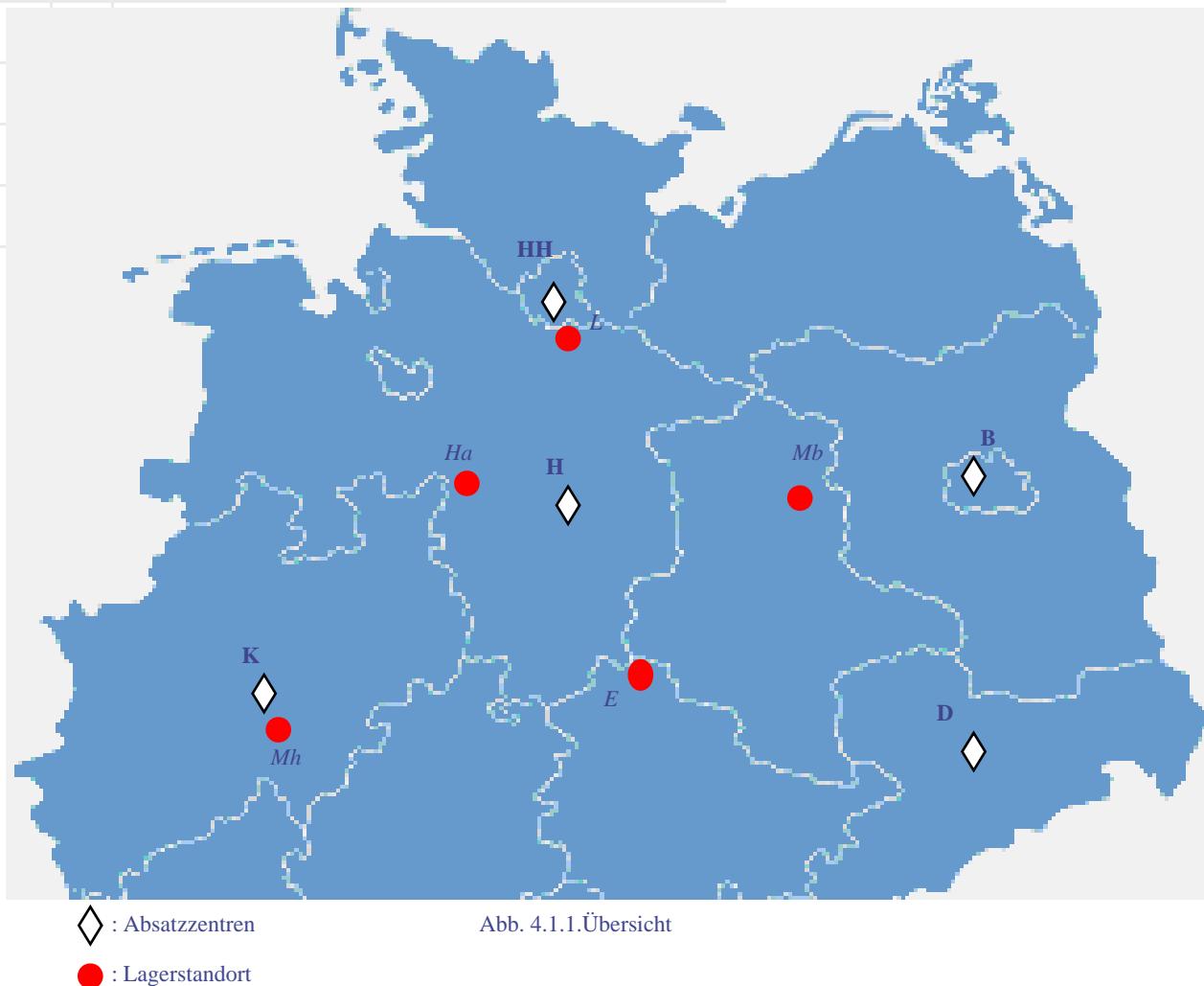


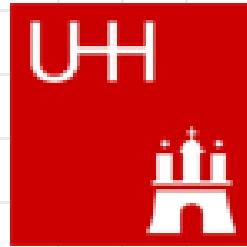
## Problemstellung des Anwendungsbeispiels

- Importeur beliefert fünf Filialen  $j =$  (Hamburg, Köln, Berlin, Dresden, Hannover)
- Max. Lageranzahl fünf:  $i =$  (Lüneburg, Erfurt, Meckenheim, Hamm, Magdeburg)
- Konstante Liefermenge von einem LKW pro Woche pro Filiale.
- Lieferkosten  $c_{ij} = 1,50$  € pro zu transportierenden Kilometer



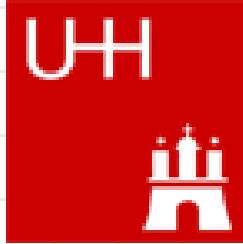
## Übersicht der Standorte





## Kostenmatrix in €:

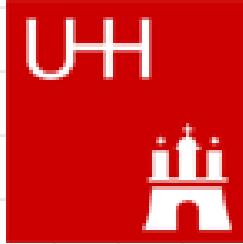
|    |       | HH            | K      | B      | D      | H      |        |
|----|-------|---------------|--------|--------|--------|--------|--------|
|    | i \ j | 1             | 2      | 3      | 4      | 5      | f i    |
| L  | 1     | 3.432 (66*52) | 34.164 | 21.606 | 32.604 | 10.452 | 40.000 |
| E  | 2     | 28.158        | 28.392 | 23.322 | 16.848 | 16.926 | 25.000 |
| Mh | 3     | 29.952        | 3.276  | 47.424 | 44.694 | 25.818 | 35.000 |
| Ha | 4     | 19.890        | 9.672  | 35.880 | 41.574 | 14.352 | 22.000 |
| Mb | 5     | 21.450        | 33.540 | 11.856 | 17.784 | 10.998 | 28.000 |



## Zielfunktion

- Mit wie vielen Lagern  $i=(1,\dots,5)$  beliefert das UN die fünf Absatzzentren am kostengünstigsten?

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m f_i y_i \Rightarrow \min!$$

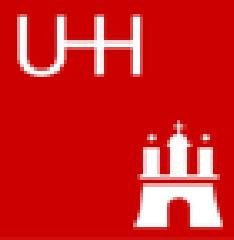


## LP-Relaxation

- Formulierung eines gemischt-ganzzahliges Optimierungsproblems als lineares Optimierungsproblem indem die

Binärbedingung  $y_i \in \{0,1\}$  für  $i=1,\dots,m$

durch eine Nicht-Negativitätsbedingung  $0 \leq y_i \leq 1$  für alle  $i$  ersetzt wird



## Bildung des dualen Problems

- Jedem linearen Optimierungsproblem ist ein sog. Duales Problem zugeordnet (Zeilen und Spalten gegenüber dem Ausgangsproblem vertauscht):

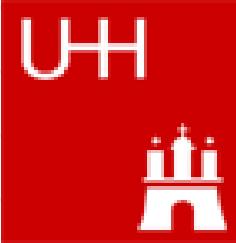
Ausgangsproblem (Primales Problem) in Standardform:

$$\max \{ c^T x : Ax \leq b, x \geq 0 \}$$

zugehöriges duales Problem:

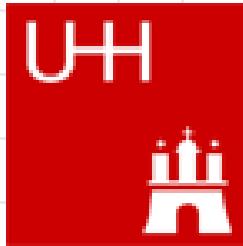
$$\min \{ b^T y : A^T y \geq c, y \geq 0 \}$$

- In unserem Fall gilt natürlich der umgekehrte Fall, d.h. bei primaler Minimierungsvorschrift ist das duale Problem zu maximieren
- Die optimalen Lösungen des dualen Problems heißen Schattenpreise



## Das Verfahren von Erlenkotter: Symbolverzeichnis

- FD1 Zielfunktionswert des dualen Problems vom Typ 1
- FD2 Zielfunktionswert des dualen Problems vom Typ 2
- $v_j, w_{ij}$  Variablen des dualen Problems
- $s_i$  Schlupf der i-ten Nebenbedingung
- $c_j^{k(j)}$  nach monoton wachsenden Werten sortierte Kostenelemente
- I1 Menge der endgültig einbezogenen Standorte
- $\sigma_j$  Startwert des Ascent-Algorithmus für den Kunden j
- $I^*$  Menge aller potentiellen Standorte mit  $s_i = 0$
- k(j) Index des Dual-Ascent Algorithmus



## Bildung des dualen Problems

- Maximiere  $FD1(v, w) = \sum_{j=1}^n v_j$

- Unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j=1}^n w_{ij} \leq f_i \quad \text{für } i = 1, \dots, m$$

$$v_j - w_{ij} \leq c_{ij} \quad \text{für } i = 1, \dots, m \text{ und } j = 1, \dots, n$$

$$w_{ij} \geq 0, v_j \in \mathbb{R} \quad \text{für } i = 1, \dots, m \text{ und } j = 1, \dots, n$$

Oder unter Berücksichtigung von  $w_{ij} := \max\{0, v_j - c_{ij}\}$

- Maximiere  $FD2(v) = \sum_{j=1}^n v_j$

- Unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j=1}^n \max\{0, v_j - c_{ij}\} \leq f_i \quad \text{für } i = 1, \dots, m$$



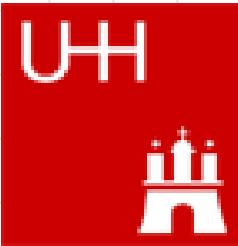
## Lösung des dualen Problems (Dual Ascent-Algorithmus)

### ■ Voraussetzung

- Zulässige Lösung  $v = (v_1, \dots, v_n)$
- nach monoton wachsenden Werten sortierte Kostenelemente jedes Kunden  $c_j^{k(j)}$

### ■ Start

- Bestimme Index  $k(j) := \min\{k; c_j^k \geq v_j\}$
- Falls  $v_j = c_j^{k(j)}$  setze  $k(j) := k(j) + 1$
- Berechne  $s_i := f_i - \sum_{j=1}^n \max\{0, v_j - c_{ij}\}$



## Lösung des dualen Problems (Dual Ascent-Algorithmus)

### ■ Iteration $\mu (= 1, 2, \dots)$

$$\sigma_j := \min\{s_i; i = 1, \dots, m \wedge v_j \geq c_{ij}\}$$

$\sigma_j := \infty$  falls  $v_j < c_{ij}$  für alle  $i$  gilt

Falls  $\sigma_j > c_j^{k(j)} - v_j$  setze  $\sigma_j := c_j^{k(j)} - v_j$  und  $k(j) := k(j) + 1$

Für  $i = 1, \dots, m$ : falls  $v_j \geq c_{ij}$  setze  $s_i := s_i - \sigma_j$ ;  $v_j := v_j + \sigma_j$



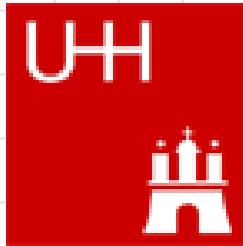
## Lösung des dualen Problems (Dual Ascent-Algorithmus)

### ■ Abbruch

- Wenn während einer Iteration kein  $v_j$  erhöht werden konnte

### ■ Ergebnis

- Eine zulässige Lösung mit dem Zielfunktionswert  $LB := \sum_j v_j$



## Die Dual Ascent-Methode (1)

### ■ Iteration $\mu=1$ :

Für  $j=1$  :  $\sigma_1 = 40.000$

$$\sigma_1 \succ c_1^2 - v_1 = 19.890 - 3.432 = 16.458$$

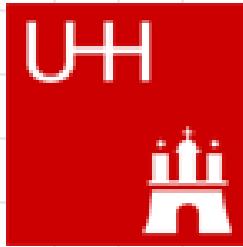
$$40.000 \succ 16.458 \implies \text{trifft zu!}$$

Daher  $K(1) = 3$

$v_1 \geq c_{i1}$  nur bei  $i = 1$

$$s_1 = s_1 - \sigma_1 = 40.000 - 16.458 = 23.542$$

$$v_1 = v_1 + \sigma_1 = 3.432 + 16.458 = 19.890 (= c_1^2)$$



## Die Dual Ascent-Methode (2)

■  $j=2$

$$: \sigma_2 = 35.000$$

$$\sigma_2 > 9.672 - 3.276 = 6.396$$

$$35.000 > 6.396 \Rightarrow \text{trifft zu!}$$

Daher  $K(2) = 3$

$$v_2 \geq c_{i2} \text{ nur bei } i = 3$$

$$s_3 = 35.000 - 6.396 = 28.604$$

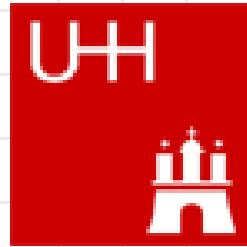
$$v_2 = 9.672 \quad (= c_2^2)$$



## Ergebnis

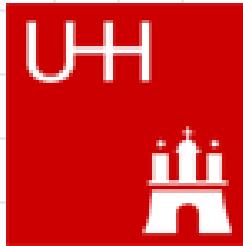
- Nach der dritten Iteration kann kein  $v_j$  mehr erhöht werden
- Zulässige Lösung:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 21.450 \\ 30.112 \\ 23.322 \\ 32.604 \\ 12.712 \end{pmatrix} = 120.200$$



## Lösungsübersicht Dual Ascent

| Lager/Absatz<br>zentren |         | Hamburg | Köln   | Berlin | Dresden | Hannover |        | 1.Iteration   | 2.Iteration          | 3.Iteration |
|-------------------------|---------|---------|--------|--------|---------|----------|--------|---------------|----------------------|-------------|
|                         | $i / j$ | 1       | 2      | 3      | 4       | 5        |        |               |                      |             |
| Lüneburg                | 1       | 3.432   | 34.164 | 21.606 | 32.604  | 10.452   | 40.000 | 23.542→22.996 | 21.436→19.720→18.006 | 18.006      |
| Erfurt                  | 2       | 28.158  | 28.392 | 23.322 | 16.848  | 16.926   | 25.000 | 24.064        | 9.244                | 7.524       |
| Meckenheim              | 3       | 29.952  | 3.276  | 47.424 | 44.694  | 25.818   | 35.000 | 28.604        | 9.884                | 8.164       |
| Hamm                    | 4       | 19.890  | 9.672  | 35.880 | 41.574  | 14.352   | 22.000 | 22.000        | 20.440→1.720         | 0           |
| Magdeburg               | 5       | 21.450  | 33.540 | 11.856 | 17.784  | 10.998   | 28.000 | 18.250        | 16.534→1.714→0       | 0           |
| 1.Iteration             |         | 19.890  | 9.672  | 21.606 | 17.784  | 10.998   |        |               |                      |             |
| 2.Iteration             |         | 21.450  | 28.392 | 23.322 | 32.604  | 12.712   |        |               |                      |             |
| 3.Iteration             |         | 21.450  | 30.112 | 23.322 | 32.604  | 12.712   |        |               |                      |             |



## Bestimmung einer ganzzahligen Lösung

### ■ Durchführung

- 1) Für  $j=1, \dots, n$ : gibt es genau ein  $i$  aus  $I^*$  mit  $c_{ij} \leq v_j$   
so erweitere  $I1$  um  $i$   
Falls  $I1 = I^*$ , gehe zu 3)
- 2) Für  $j=1, \dots, n$ : gibt es bislang kein  $i$  aus  $I1$  mit  $c_{ij} \leq v_j$ , so nimm  
dasjenige  $i^*$  aus  $I^*$  nach  $I1$  auf, für das  $c_{i^*j} = \min\{c_{ij}; c_{ij} \leq v_j\}$
- 3) Setze  $y_i := 1$  für alle  $i$  aus  $I1$
- 4) Suche für alle  $j=1, \dots, n$  das minimale  $c_{ij}$  mit  $i$  aus  $I1$  und setze das  
zugehörige  $x_{ij} := 1$

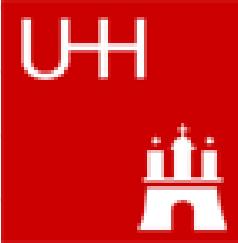
### ■ Ergebnis

- Eine ganzzahlige Lösung des WLPs
- Lösung optimal falls  $F(x,y) = FD2(v)$



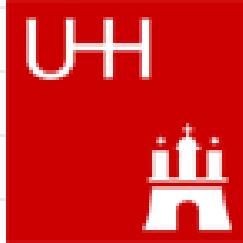
## Durchführung: Schritt 1

- $J=1 \Rightarrow$  trifft nicht zu,  $19.890 \leq 21.450$  und  $21.450 \leq 21.450$   
 $\Rightarrow$  zwei Lösungen
- $J=2 \Rightarrow$  trifft zu,  $9.672 \leq 30.112$  und  $33.540 \succ 30.112 \Rightarrow$  genau eine Lösung  
 $\Rightarrow I1 = \{4\}$
- $J=3 \Rightarrow$  trifft zu,  $35.880 \succ 23.322$  und  $11.856 \leq 23.322$   
 $\Rightarrow$  genau eine Lösung  
 $\Rightarrow I1 = \{4,5\}$ , die Menge aller potentiellen Standorte ist also gleich der Menge der einzubeziehenden Standorte



## Durchführung: Schritt 3 und 4

- Nun setzen wir  $y_i := 1$  für alle Elemente unserer Menge  $I1$ 
  - $y_4 = 1, y_5 = 1 \Rightarrow$  wir eröffnen die Lagerstandorte Hamm und Magdeburg.
  - $y_1, y_2, y_3 = 0 \Rightarrow$  Lüneburg, Erfurt und Meckenheim werden nicht realisiert
- Abschließend wird aus der Menge  $I1$  für jedes  $j$ , das minimale  $c_{ij}$  gesucht und das zugehörige  $x_{ij}$  auf eins gesetzt
  - Also:  $x_{41} = 1, x_{42} = 1, x_{53} = 1, x_{54} = 1, x_{55} = 1$



## Ergebnis (1)

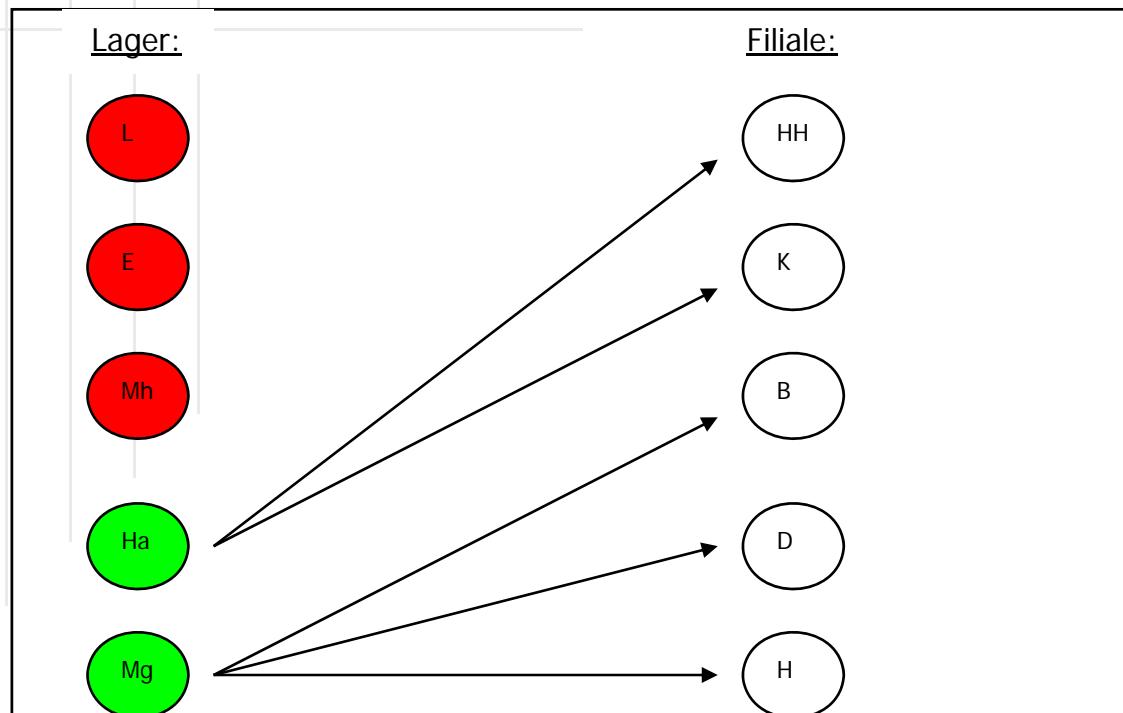
- Durch einsetzen in die Formel ergibt sich:

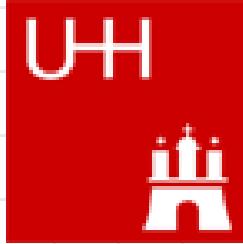
$$\begin{aligned}F(x, y) = & [ 3.432*0 + 34.164*0 + 21.606*0 + 32.604*0 + 10.452*0 \\& + 28.158*0 + 28.392*0 + 23.322*0 + 16.848*0 + 16.926*0 \\& + 29.952*0 + 3.276*0 + 47.424*0 + 44.694*0 + 25.818*0 \\& + 19.890*\mathbf{1} + 9.672*\mathbf{1} + 35.880*0 + 41.574*0 + 14.352*0 \\& + 21.450*0 + 33.540*0 + 11.856*\mathbf{1} + 17.784*\mathbf{1} + 10.998*\mathbf{1} ] \\& + [ 40.000*0 + 25.000*0 + 35.000*0 + 22.000*\mathbf{1} + 28.000*\mathbf{1} ] \\& = \mathbf{120.200}\end{aligned}$$



## Ergebnis (2)

- Um die Nachfrage der fünf Filialen j vollständig zu befriedigen, werden also lediglich zwei Lager i eröffnet (Hamm und Magdeburg)





## Diskussionsfragen 1

- Welche Nachteile besitzt das WLP in Bezug auf die Distributionsplanung?
  - Es werden nur quantitative Faktoren berücksichtigt
  - Sind alle notwendigen Daten vorhanden bzw. beschaffbar
  - Sind die Modelle in einer angemessenen Zeit rechenbar
  - Veränderung der Daten im Zeitablauf
  - Nachvollziehbarkeit der Ergebnisse
  
- Wodurch zeichnet sich das Verfahren von Erlenkotter aus?
  - Kombination von heuristischen und exakten Elementen
  - Effizientes Verfahren



## Diskussionsfragen 2

- Welche anderen Problemstellungen der Distributionsplanung könnten u. a. miteinbezogen werden, um die Praxis realitätsnah abzubilden?
  - Dynamische mehrperioden WLPe
  - Kombinierte Standort- Tourenprobleme
  - Standortprobleme mit Warteschlangenkomponenten